ELEMENTI
DI
ARITMETICA.
PE' GIOVANETTI.

Seconda edizione.

BUONSANTO.

NAPOLI 1817.

NELLA TIPOGRAFIA DELLA SOCIETA' FILOMATICA.

PREFAZIONE

Ho scritto queste Lezioni elementari di aritmetica per uso di que'giovanetti che non debbono conoscere a fondo questa scienza, ma che debbon poi saperne quanto basta agli usi proprj, e per poter essere impiegati a portare un conteggio, o a servire in una casa di traffico non molto complicato. Avendomi proposto questa idea, ho pensato potervi comodamente riuscire, seguendo il metodo che prendo ad esporre.

Suppongo come cosa certa che i maestri impiegati alla istruzione de' giovanetti abbiano sufficientissima cognizione di questa scienza, sicchè altro non manchi loro che una istituzione da porre fralle mani de' loro

allievi, senza ricorrere a certi trattati pratici, che par che non finiscano mai, o a certi altri più grandi, che non fanno più che esporre esempj e piccoli problemi, senza illuminare quanto conviene lo spirito con definizioni ed avvertimenti opportuni, e senza fissar nelle loro menti regole determinate per ogni operazione, onde possano esser guidati senza errore e senza stento in tutti i casi simili.

Per allontanarmi da questi due metodi evidentemente poco commendabili, io prendo a spiegare ciascuna operazione aritmetica, sforzandomi sul principio di darne a' giovanetti la vera idea con una definizione espressa, quanto più chiaramente ho saputo, ed esemplificata in guisa, da non doverne essere imbarazzati.

Reco tanti esempj in ogni operazione, quanti sono necessarj per far vedere a' giovanetti tutte le particolarità e i casi che possono incontrarsi nella pratica dell' operazione che apprendono. Ciascun caso parti-

colare ha una regola fissa che, mandata indispensabilmente a memoria, serve di guida per tutt'i casi simili. Il primo esempio che arreco, quasi mai non ha difficultà, non contenendo che la semplice esecuzione della prima regola generale, e forse qualche volta anche tale esempio manca, ed il primo che scrivo ne porta uno. Ciò l'ho fatto a bella posta. Il maestro sa certamente onde si ha a cominciare; e sarà sua cura di moltiplicare tali casi facili, finchè il suo piccolo allievo avrà appreso ad eseguire la regola perfettamente. Quando io ne avessi sempre portato uno, questo certamente non basterebbe: dovendosi dunque supplire al resto dal precettore, tanto è supplirne otto quanto nove.

Assodato il ragazzo in quelle prime facilissime operazioni, lo guido mano mano pe' casi un po' difficili, che scorrerà per gradi, sempre però addestrato nella pratica a forza di esempj. Lo dirò di bel nuovo: le regole segnate per ciascun calcolo debbono essere perfettamente intese, per-

fettamente mandate a memoria, e a forza di pratica rese familiari.

Nel fine di ogni operazione avviso i ragazzi dell' uso che quella tale operazione ha nel commercio. Par che sia una maniera di allettarli quel proporre loro gli esempj sotto la forma di piccolo problema, evitandosi così quell' astrazione e quella secchezza che rende la scienza del calcolo poco gustosa a' giovanetti. Il maestro, persuaso di questa verità, potrà seguir sempre questo metodo, e non proporrà sotto altra forma gli esempj che il ragazzo dee eseguire, sia in sua presenza, sia in casa. Ciò sopra tutto deesi fare arrivandosi a quelle lezioni che contengono l' applicazione delle dottrine insegnate al commercio. In quelle gli esempj e problemi debbonsi recare in gran numero, e hanno a prendersi dalle idee più vicine allo spirito del giovanetto ed alle circostanze particolari della patria.

Passando dal calcolo di una specie di numeri ad un' altra, non replico ciò che le due maniere di nu-

meri han di comune, ma vengo immediatamente alle regole proprie. Così cominciando a trattare i numeri denominati, non parlo di bel nuovo con quel linguaggio che ho parlato già nel calcolo degli omogenei. Suppongo che il giovanetto conosca e si ricordi bene della natura dell' operazione, ch' è sempre la stessa, e che il maestro colla viva voce richiami qnelle idee che vi han luogo. E qui avviserò che il calcolo de' denominati, tanto necessario pel commercio, è quasi affidato intieramente all'opera de' maestri. Se avessi voluto applicarlo a gran parte delle materie per cui serve, non avrei evitato fastidiosissime prolissità, e in gran parte anche inutili, per non dir di più. Mi sono limitato a' soli esempj di moneta e di canne, che in tutto il regno sono le stesse; evitando di parlare delle misure de' fluidi, de' territorj, e di tante altre che occorrono nella pratica. Non potevasi fare altrimenti. Le sole misure de' territorj in Terra di Lavoro, in Capitanata, nella provincie di Bari e di Lecce sono così svariate, che un cal-

colatore pugliese, parlando il suo linguaggio, non potrà essere inteso dal suo confratello leccese o napoletano. Dicasi lo stesso di tante altre misure e pesi che hun luogo nel nostro regno. Per tal ragione ho dovuto abbandonarmi alle sole regole generali, ed alla perizia e pazienza de' maestri, che non lasceran di proporre a' loro allievi gli esempj affacentisi alle loro circostanze locali.

Persuaso poi che la scienza del calcolo sia la prima logica che l' uomo può e deve studiare, ho pensato di dover fare qualche cosa a vantaggio della ragione nascente de' giovanetti, obbligandoli in questa istituzione ad un pocolio di raziocinio. Non mi son contentato di far solo veder le regole che li guidano senza errore nel calcolare; e più di una volta entro in qualche piccola teoria e in un facile raziocinio. Ciò per altro non ha avuto luogo nel testo, ma l'ho gittato nelle note. Spetta al maestro il conoscere il tempo e l' opportunità di farne uso. Vi ha dei ragazzi capaci nel primo rompere della ragione di ap-

prenderne le regole e d' intenderne il perchè; e ve ne ha di que' che tanto non saprebbero fare nel tempo medesimo. Quelle note dunque potranno tralasciarsi senza scrupolo: ma tornandosi a rileggere le stesse lezioni, o per dirla altrimenti, a rifare il corso, non è da dubitare che ogni ragazzo sarà nella circostanza d' intenderle. A dire il vero i pratici par che diffidino troppo dalla capacità de' giovanetti; e perciò son tutti o in sul moltiplicare i loro esempj fino all' infinito, o in sul formare analisi lunghe lunghe di ogni operazione, analisi mai non lette nè da' maestri nè da' discepoli, sforzandosi con ciò di renderli destri nell' arte del calcolo. Al che con minor fatica e maggior vantaggio si arriverebbe coll' ajuto di un po' di raziocinio, che ribadisce, dirò così, le regole fitte nello spirito, e gli dà una certa capacità ed ampiezza, che fa veder molto e in poco tempo. In due parole; il maestro pieno di scienza e di affetto pe' suoi allievi saprà ben egli che farsi di quelle note.

Ho toccate quasi tutte le operazioni che han luogo nel commercio, e specialmente quelle che dipendono dalla regola aurea fino alla pratica de' capitali. Ma in molte di queste cammino per la via di tutt' i pratici, sopprimendo affatto ogni ragione. Chi va a dentro in questa scienza, sa bene quanto è profondo il pozzo onde debbano essere attinte. In certi punti l' aritmetico non dee far altro che apprendere le regole, eseguirle e tacere.

L' estrazione delle radici quadrata e cubica non hanno alcun luogo nelle volgari operazioni, e nel caso di un commercio, dirò così, comunale. Ho pensato però non doverle tralasciare, sì per gli usi scientifici, a' quali in altro tempo possono servire, a' giovanetti che vorranno seguire il corso degli studj; sì perchè prendendo tralle mani qualche istituzione più profonda di aritmetica mercantile o militare, possono trovarsi nel caso di doverle sapere.

Mi son servito de' segni matematici più, meno, ec. nell' indicar

l' operazione e nell' analizzarla. Veramente i giovanetti, istruiti giusta il metodo normale, sono intendentissimi di segni. Ho pensato che anche nelle prime operazioni non possono esser loro d' imbarazzo. Del resto si sa che i figliuoli non apprendono le operazioni, studiando quelle che sono nel libro. Tutto fanno seguendo la viva voce del maestro; e tanto possono essere imbarazzati per apprendere a dire otto aggiunto a cinque fa tredici, quanto per apprendere a dire otto più cinque è uguale a tredici. Tutto è nuovo per loro, e per niente apprenderanno il senso di quattro o cinque segni, che poi in certe parti dell' aritmetica sono quasi affatto necessarj.

Ometto di dir cosa per le maestre che istruiscono le fanciulle a calcolare. Senza esaminar l' uso introdotto che le femmine penetrino poco addentro in questa scienza, egli è certo che coteste istitutrici non hanno che l' incumbenza d' ammaestrare le loro discepole, sicchè a tempo opportuno sappiano portare il conteggio delle proprie famiglie, e vedersi i fatti loro

in ogni caso. Apparterrà quindi al buono discernimento delle medesime il prendere da questa operetta quanto può fare precisamante il vantaggio delle giovanette che debbono istruire, o ricorrere all' altro lavoro intitolato: *LE RRINCIPALI OPERAZIONI DELL' ARITMETICA*, col quale ho pretesto dispensarle da questa pena, e che forse potrà esser gradito anche da' maestri, pe' dialoghi messi in fine delle lezioni.

ELEMENTI
DI
ARITMETICA.

LEZIONE I.

§. I.

ARITMETICA, NUMERO, MANIERA DI SCRIVERLO E DI LEGGERLO.

1. *Aritmetica* significa *scienza de' numeri*.

2. Aprendo la vostra mano, voi avete appreso a chiamare *uno* quel dito che toccherete; ed a chiamar *cinque* tutte le dita della mano medesi-

ma. Tutte le dita formano un *numero*, e un dito solo lo chiamate *uno*.

Chiamerete dunque *numero* ciò che vedete risultare da più *uni* presi insieme: e chiamerete *uno* ciò ch' è *solo*, e che non si forma da *più simili*.

3. Possiede la scienza de' numeri chi sa segnar colla penna e leggere i caratteri, co' quali i numeri vengono espressi, e sa poi combinarli secondo i varj bisogni della società.

4. I caratteri, co' quali si può esprimere un numero qualunque, sono

0	1	2	3
zero,	uno,	due,	tre,
4	5	6	7
quattro,	cinque,	sei,	sette,
8	9		
otto,	nove.		

5. Tutt' i numeri da uno fino al nove si chiamano *semplici*, perchè sono scritti con un sol carattere o cifra. Tutti gli altri si chiamano *composti*.

6. Non vi sarebbe scienza de' numeri, se l' uomo non sapesse scrivere e nominare se non i soli numeri

semplici. Bisogna sapere scrivere e nominare qualunqne numero, di cui si può avere bisogno. Ecco come farete.

7. Scrivete 5. Questa cifra significa *cinque unità*.

Scrivete un 3 avanti il 5, e fate 35. Si è voluto che 3 posto avanti al 5 non indichi tre unità, ma *tre volte dieci unità*, cioè *trenta*: perciò 35 esprime *trentacinque*.

Scrivete 58, e dite così. Il primo carattere 8 significa *otto unità*: il 5 scritto avanti all'8 significa *cinque volte dieci unità*, cioè *cinquanta*. Dunque 58 si legge *cinquantotto*.

8. Avanti al 58 scrivete 4, e fate 458. Quella cifra 4 esprime *quattro volte dieci decine*, cioè *quattrocento*. Leggerete dunque *quattrocentocinquantotto*.

9. Avanti al 458 scrivete 7, e fate 7458. Quella cifra 7 esprime *sette volte dieci centinaja*, cioè *sette migliaja*. Leggerete dunque *settemila*.

10. Avanti al 7458 scrivete 8, e fate 87458. Quella cifra 8 esprime *otto volte dieci migliaja*, cioè *ottan-*

ta migliaja. Leggerete dunque *ottantasettemila* . . .

11. Avanti all' 87458 scrivete 9, e fate 987458. Quella cifra 9 esprime *nove volte cento migliaja*, cioè *novecento mila*. Leggerete dunque *novecentottantasettemila*.

12. Con questo metodo leggerete tutt' i numeri composti di sei cifre,

13. Quando avrete più di sei cifre, la settima che incontrerete, indicherà numero di *decine di cetinaja di migliaja* (milione): l' ottava *decine di milioni*: la nona *centinaja di milioni*, ec.

14. Datovi dunque a leggere un numero, e sia 34,573,843, lo dividerete in classi di tre cifre l' una da destra a sinistra, e vi accorgerete che nella prima classe di destra la prima cifra indica semplice *numero*: la seconda indica *decine*, e la terza *centinaja*. Nella seconda classe la prima cifra indica *numero di migliaja*: la seconda *decine di migliaja*: la terza *centinaja di migliaja*. Nella terza classe la prima cifra indica *nume-*

ro di milioni : la seconda *decine di milioni*, ec. (*a*).

Per facilitar poi maggiormente la lettura de' numeri molto composti, segnate 1 sulla settima cifra, contando dalla parte destra; 2 sopra la decimaterza; 3 sopra la decimanona, ec. L' 1 segnerà *milioni*; il 2 *bilioni*; il 3 *trilioni*, ec.

15. Il zero non indica numero alcuno, ma determina il valore della cifra da cui è preceduto. Scrivete 30, e leggete *trenta*; perchè il zero fa che il 3 sia nel secondo luogo della classe, cioè in quello delle *decine*. Il numero 300 vale *trecento*; perchè i due zeri fanno che il 3 sia nel terzo luogo della classe, cioè in quello delle centinaja: e si è voluto dire: *queste tre cifre esprimono tre centina-*

(a) *Ecco il carattere della nostra aritmetica*. Ogni cifra avanti ad un' altra prende una denominazione dieci volte maggiore di quella a cui precede.

ja , *nessuna decina* , *e nessun numero* (*b*).

16. Avete potuto comprendere, che ogni cifra in un numero composto ha due valori ; uno *proprio* , e l' altro *locale* . Il valore proprio è quello fissato (n. 4.) : il *locale* è quello che

---

(b) *Il zero non ha luogo avanti ad una cifra, nè si dee scrivere* 04 : *giacchè leggendo come si è insegnato, dovremmo dire :* quattro unità e nessuna decina . *La regola poi da tenersi pe' zeri o per le figure che si aggiungono o si tolgono da un numero composto, è questa.* Ogni zero o cifra che si aggiunge dalla parte destra, dà alle altre cifre una denominazione dieci volte maggiore di quella che avevano prima . Ogni zero o cifra che si toglie dalla parte destra , dà alle altre cifre una denominazione dieci volte minore di quella che avevano prima . *Nel primo caso le cifre vengono moltiplicate per* 10 , *e nel secondo vengono divise per* 10 .

le viene dal luogo che occupa nella classe. Nel 354 il 3 vale *tre* per suo valore *proprio*; e vale *trecento* per valore *locale*. Ciò dovete notarlo attentamente.

LEZIONE II.

Operazioni aritmetiche.

§. I.

SOMMARE.

17. L'Aritmetica, per ispedire qualunque calcolo, non fa altro che unire insieme più numeri dati, o togliere un numero minore da un maggiore. Tutte le altre sue operazioni si riducono a queste due diversamente eseguite.

18. *Sommare* due o più numeri è *trovare un terzo numero eguale a'*

due o a' più numeri dati. Sommare 3 con 9 è trovare 12, che contiene tante unità, quante se ne contengono dal 3 e dal 9.

19. Questa operazione si esprime così: $3+9=12$ (il segno $+$ indica aggiungimento da farsi: e il segno $=$ indica eguaglianza). Legerete: *tre più nove eguale a* 12.

20. Sieno da sommarsi in due numeri A, B. *Scriveteli in maniera che le loro cifre sieno l' una sotto l'altra giusta il loro valore locale*, cioè numero sotto numero, decina sotto decina, ec.

A	757
B	349
C	1106

L' operazione comincia da destra, e direte:

$7+9=16$, cioè ad una decina e 6 unità. Scrivete il 6 nel luogo de'*numeri*, e riserbate la *decina*. Proseguite:

Decine $5+4$ decine $=9$ decine. Ma voi ne avete riserbata una. Dunque avreste da scrivere 10 decine, cioè 100. Segnate col zero la mancan-

za delle decine (*c*), e riserbate il centinajo. Dite finalmente:

Centinaja 7+3 centinaja, o pure 7+3=10. Ma avevate riserbato 1 centinajo. Scrivete dunque 11. Il numero G esprime la somma di A+B.

21. Per assicurarvi della esattezza dell' operazione, vi basterà replicarla. Come però l' avete fatta cominciando dalle cifre superiori calando giù; così la replicherete cominciando dalle inferiori, e salendo.

Uso di questa operazione. Nel commercio questa operazione serve a ridurre in una somma più somme date in tempi differenti. Ogni somma particolare che avete dato, si chiama *partita*. Scriverete dunque le diffe-

---

(c) *Si deve riempire col zero la mancanza di una* denominazione. *Se nel caso occorso si fosse lasciato senza zero il luogo delle decine mancanti, le altre due cifre* 11 *non avrebbero avuto il loro valore* locale, *e si avrebbe avuto in tutto* 116 *in vece di* 1106.

renti partite una sotto l' altra, come conviene. Il numero che risulta si chiama *somma*, ed esprimerà quanto avete dato.

§. II.

SOTTRARRE.

22. Doveva 9 ducati a un mio creditore: gliene ho dato 7: che mi resta a pagargli?

Non debbo far altro che vedere la differenza che passa tra 9 e 7; oppure sottrarre dal numero maggiore che segna il mio debito, il numero minore che segna il pagamento già fatto.

Sottrarre dunque *un numero da un altro* è *trovare di quanto un numero maggiore sorpassa un numero minore*: o pure è *trovare la differenza che passa fra due numeri.*

23. Questa operazione si esprime così: $9-7=2$ (il segno $-$ indica la sottrazione). Leggerete: 9 *meno* 7 *eguale a* 2.

24. Il numero da cui l' altro deve

sottrarsi, si chiama *maggiore*, o *minuendo*.

25. Il numero che deve sottrarsi, si chiama *sottraendo*, o *minore*.

26. Il numero che indica di quanto il maggiore sorpassa il minore, si chiama *residuo*, o *differenza*.

27. Sia da sottrarsi il numero B dal numero A. Scrivete B sotto di A, in maniera che le loro cifre si corrispondano secondo il loro valore locale.

A	5 5 9
B	4 2 7
R	1 3 2

L' operazione comincia da destra, e direte:

$9-7=2$. Scrivete questo residuo 2 nel luogo corrispondente de' numeri. Poi dite:

$5-2=3$, e scrivete il residuo 3. Finalmente.

$5-4=1$, che scriverete. R è il residuo.

28. Sia da sottrarsi il numero D dal numero C.

C	8	5	7
D	5	3	9
R	3	1	8

Cominciando col dire 7—9, vedrete esser questa un'operazione impossibile, perchè un numero maggiore non può sottrarsi da un minore. Perchè si possa andare avanti, voi aggiungerete al 7 altre 10 unità, e lo chiamerete 17, facendo conto di aver preso quella decina dal prossimo 5 che le significa. Ciò fatto direte:

17—9=8, e lo scriverete. Direte poi:

Dal 5 si è già tolta una decina trasportata al 7. Dunque bisogna dire 4—3=1, che scriverete. Finalmente:

8—5=3. R è il *residuo*, o la *differenza*.

29. Abbiatevi questa regola. *Qualunque cifra del numero maggiore, dalla quale non potrà sottrarsi la corrispondente del minore, si ha da prendere accresciuta di* 10; *e la cifra seguente del maggiore si ha da*

prendere diminuita di una unità (*d*).

30. Sia da sottrarsi il numero K dal numero H. Comincerete dicendo: 0—4=... e vi avvedrete della impossibilità dell'operazione.

H 5000
K 3374
———
R 1626

Per poterla eseguire, chiamate 10 il primo zero, e tutti gli altri seguenti chiamateli 9: la prima cifra poi 5 che incontrerete nel maggiore, la chiamerete 4; e così proseguendo l'operazione, ritrovererete il residuo R.

31. Abbiatevi questa regola. *Se nel minuendo avrete più zeri consecutivi, da' quali si avranno a togliere cifre del minore, chiamerete* 10 *il primo zero, e gli altri che seguono li chiamerete* 9: *la prima figura poi che incontrerete nel maggiore, si ha a prendere diminuita di una unità* (*e*).

(d) *Nel caso occorso tanto è dire da* 57 *togliete* 39, *quanto è dire da* 40+17 *togliete* 39.

(e) *Nell' esempio proposto voi*

32. Per esser sicuro di non aver commesso errore calcolando, *fate somma del minore e del residuo*: se non avete errato, troverete il numero *maggiore*.

33. *Uso di questa operazione.* Nel commercio quest' operazione serve a sapere che dovete ancora al vostro creditore dopo le tante partite dategli. Fate somma delle partite pagate, e sottraetela dal debito intiero: il residuo indica il quanto ancor dovete.

---

avete preso una di quelle unità che vengono espresse dal 5, *che è il solo, da cui avete potuto prenderla*: *dunque avete preso* 1000, *cioè* 900+90+10. *Ed ecco come il primo zero è divenuto* 10, *e tutti gli altri* 9.

§. III.

MOLTIPLICAZIONE.

34. Per estinguere il mio debito vi ho dato 7 volte 34 ducati: quanto vi ho dato?

È cosa evidente che per saperlo dovreste sommare 7 volte il 34. Questa operazione sarebbe nojosa: e perciò si è pensato di arrivarvi in un'altra maniera più facile e spedita. L'operazione, della quale ci serviremo in vece del sommare, si chiama *moltiplicazione*.

35. *La moltiplicazione* dunque *è un' operazione, per la quale un numero dato si prende un determinato numero di volte*. Moltiplicare il numero 34 per 7 è il prendere 34 *sette volte*.

La indichiamo così: $5 \times 9 = 45$ (il segno $\times$ indica la moltiplicazione) e si legge: 5 *moltiplicato per* 9 *dà* 45.

36. Il numero che si prende un determinato numero di volte, si chiama *moltiplicando*.

37. Il numero che indica quante

volte il *moltiplicando* deve prendersi, si chiama *moltiplicatore*.

38. L'uno e l'altro con nome comune si chiamano *fattori*, o *radici*.

39. Il risultato del moltiplicando preso già tante volte, si chiama *prodotto*.

40. È cosa facile moltiplicare un numero semplice per un altro numero semplice.

Guardate la seg. tavola, nella quale troverete bella e fatta quest' operazione, per servirvene secondo vi occorrerà.

Il zero, moltiplicato per qualunque numero, non dà verun prodotto.

L' unità, moltiplicata per se stessa, non dà più di una unità: moltiplicata per un altro numero, dà quel medesimo numero per prodotto.

2×2=4 4×2=8 6×2=12 8×2=16
2×3=6 4×3=12 6×3=18 8×3=24
2×4=8 4×4=16 6×4=24 8×4=32
2×5=10 4×5=20 6×5=30 8×5=40
2×6=12 4×6=24 6×6=36 8×6=48
2×7=14 4×7=28 6×7=42 8×7=56
2×8=16 4×8=32 6×8=48 8×8=64
2×9=18 4×9=36 6×9=54 8×9=72

3×2=6 5×2=10 7×2=14 9×2=18
3×3=9 5×3=15 7×3=21 9×3=27
3×4=12 5×4=20 7×4=28 9×4=36
3×5=15 5×5=25 7×5=35 9×5=45
3×6=18 5×6=30 7×6=42 9×6=54
3×7=21 5×7=35 7×7=49 9×7=63
3×8=24 5×8=40 7×8=56 9×8=72
3×9=27 5×9=45 7×9=63 9×9=81

41. Bisogna imparár bene a memoria questa serie di prodotti vegnenti da numeri semplici moltiplicati fra loro. Finchè speditamente non saprete ritrovare dentro voi stesso il prodotto de' due semplici dati, l' operazione non l'eseguirete bene.

42. Si debba moltipli- A 434
care il numero A per B.. B 7
Scrivete i due fattori . ———
come vedrete, e cominciate. P 3038

$4 \times 7 = 28$. Notate le 8 unità nel loro luogo, e serbate le 2 decine. Poi

$3 \times 7 = 21$ decine$+2$ che avete serbato, e sono 23 decine. Scrivete le 3 nel luogo delle decine, e serbate le 20, che sono due centinaja. Finalmente:

$4 \times 7 = 28 + 2$ che avevate, e avrete 30, che scriverete.

P è il prodotto.

Questa operazione si chiama *moltiplicazione a una figura*.

43. Dobbiate eseguire D 5703
la moltiplicazione del com- F 45
posto D pel composto F. ———
Moltiplicate prima nel- 28515
la maniera già insegnata 22812
tutto il moltiplicando per ————
5 seconda cifra del mol- P 256635
tiplicatore, e dite:

$3 \times 5 = 15$: Scrivete 5, e conservate 1. Poi:

$0 \times 5 = 0 + 1 = 1$, che scriverete: e così andrete avanti.

Poi moltiplicherete tutto il moltiplicando per l'altra cifra 4 del moltiplicatore, situando la prima cifra del prodotto sotto la seconda del primo prodotto avuto (*f*), e proseguirete. *Sommate i due prodotti ottenuti.* P sarà il prodotto totale.

44. Se il moltiplicatore avesse de' zeri consecutivi in fine, moltiplicherete il dato numero per le sole cifre che sono nel moltiplicatore, senza tener conto de'zeri: ma, eseguita l'operazione, *aggiungerete al prodotto tan-*

(f) *La moltiplicazione del numero dato per 4 è moltiplicazione per decine: dunque il prodotto deve allogarsi sotto le decine, cioè sotto la seconda figura del primo prodotto. Se nel moltiplicatore ci fosse la terza cifra, il prodotto dovrebbe allogarsi sotto la terza del primo, e così in seguito.*

ti zeri, quanti ne avete nel moltiplicatore.

Esempio. 538 ×200. Fate 538 ×2=1076: ed aggiunti due zeri, che sono nel moltiplicatore, si avrà per prodotto 107600 (g).

45. Se il moltiplicando avesse de' zeri consecutivi in fine, moltiplicherete pel dato numero le sole cifre che sono nel *moltiplicando*, senza tener conto de' zeri: ma, eseguita l' operazione, *aggiungerete al prodotto tanti zeri quanti ne avete nel moltiplicando*.

Esempio. 3400×6. Fate 34×6 =204: ed aggiunti due zeri che sono nel moltiplicando, si avrà 20400 per prodotto intiero.

(g) *Se aveste dovuto moltiplicare il* 538 *per* 100, *vi sarebbe bastato scrivere* 53800 (*nota* b): *ma lo dovevate moltiplicare per* 200 : *dunque bastava fare* 538×2, *e poi aggiungere i due zeri. Con ciò intenderete la ragione delle due altre operazioni che seguono.*

46. Se il moltiplicando e il moltiplicatore avranno de' zeri consecutivi in fine, moltiplicherete le sole cifre del moltiplicando per le sole cifre del moltiplicatore: ed eseguita l' operazione, aggiungerete al prodotto tanti zeri quanti ne avete in tutti due i fattori.

Esempio: 3400×500. Fate 34×5 =170: ed aggiunti quattro zeri, si avrà 1700000 prodotto intiero.

47. Per contare sull' esattezza dell'operazione, si torna a fare, prendendo il moltiplicando per moltiplicatore, e questo per quello. Trovando lo stesso prodotto, si può esserne contento.

48. *Uso di questa operazione*. Nel commercio questa operazione serve per sapere *l'importo* di un numero di misure di merci comperate o vendute. *Quanto importano* 35 *tomola di grano comprato a* 3 *ducati il tomolo?* Fate 35×3=105 ducati.

§. IV.

DIVISIONE.

49. Ditemi *quante volte il 9 può sottrarsi dal 54?* o pure *dividetemi il 54 in 9 parti eguali* : o pure ditemi, *quante volte il 54 contiene il 9*.

50. Per sapere rispondere a queste tre domande che sono una domanda sola, dovreste sottrarre il 9 dal 54, e poi di bel nuovo il 9 dal residuo, e poi il 9 dall' altro residuo, finchè il 54 fosse stato esaurito. Ciò vi obbligherebbe a tante sottrazioni nojose: perciò si è cercata la maniera di eseguir ciò speditamente, e con una sola operazione, che chiamiamo *divisione*.

51. Potremmo dunque dire che *la divisione è un' operazione, per la quale un numero dato si scioglie in un determinato numero di parti eguali*: o pure, *la divisione è un'operazione, per la quale si conosce quante volte un numero maggiore contiene un altro numero minore*. Il

dividere 54 per 9 è conoscere quante volte il 54 contiene 9.

52. Questa operazione viene indicata così: 54 : 9=6 (il segno : indica divisione), e si legge: 54 *diviso per* 9 *dà* 6. Si esprime anche così: $\frac{54}{9}=6$, e si legge della medesima maniera.

53. Il numero maggiore, che più volte contiene il minore, si chiama *dividendo*.

54. Il numero minore, che più volte deve essere contenuto, si chiama *divisore*.

55. Il numero, che indica quante volte il maggiore contiene il minore, si chiama *quoziente*.

56. Gittate lo sguardo sulla tavola de' prodotti de' numeri semplici. Da quella tavola medesima potrete apprendere la divisione *di molti numeri non maggiori di* 81 per qualunque numero semplice. Avendo osservato che 6×8=48, comprenderete che il 6 s. contiene 8 volte nel 48, e che l' 8 s. contiene nel 48 6 volte.

Vi sarà facile leggere quella ta-

vola *tutto al rovescio*, per apprendere la divisione, ed ecco come. Troverete scritto $7\times9=63$: ma voi leggerete: 63 *diviso per* 9 *dà per quoziente* 7. 63 *diviso per* 7 *dà per quoziente* 9, ec.

57. Ho detto *di molti numeri* e non di tutti che sono fra 1 e 81; perchè molti di questi numeri intermedj non sono ne' prodotti. Con tutto ciò quella tavola è di moltissimo comodo per tali numeri *non contenuti*: eccone l'uso.

Vorrete sapere quante volte il 7 entra nel 61? Cercate nella colonna del 7 il prodotto *minore*, *ma più vicino al* 61, e troverete il 56 che risulta dal 7×8: direte dunque che il 7 entra 8 volte nel 61 *col residuo* 5, quanto ci vuole dal 56 al 61 (*h*).

(h) *Ogni dividendo dunque deve esser considerato come un* prodotto, *e il divisore come un de'* fattori: *e la divisione si potrà definire*. Un' operazione, per la quale, dato il prodotto ed uno de' fattori, si cerca l' altro fattore. *Ciò lo dovete notare.*

58. Non bisognerà porre mano alla *divisione*, se non avrete appreso l'uso della tavola per quest' operazione.

59. Sia da dividersi il numero A pel numero B. Dite:

B 2   A 856
———   16
Q 428

8 centinaja, o pure 8 : 2 dà per quoziente 4. Scriverete il 4 dove il vedete. Poi:

5 decine, o pure 5 : 2 dà 2 col residuo 1. Scrivete questo 1 sotto il 5, di cui è residuo. Mettete il 6 accanto all' 1, e dite:

16 : 2 dà per quoziente 8, che scriverete.

Dunque chi fa $\frac{856}{2}$ ha per quoziente 428.

60. Sia dividersi il numero A per B.

B 8   A 7549
———

Cominciando l' operazione è facile il vedere che non potrete dire: 7 migliaja divise per 8 danno per quoziente . . . . perchè chi divide sette migliaja a 8 persone, non potrebbe darne un migliajo per ciascuna.

Dunque dovreste dire 70 centinaja, e direste bene. Ma voi avete

```
B 8          A 7549
-------        72 . .
Q 943 5/8      --
             — 34
               32
               --
             — 29
               24
               --
             — 5
```

già nel dividendo altre 5 centinaja da dividere: dunque dite.
75 diviso per 8 dà per quoziente 9, che scriverete.

Per sapere poi se 9 e 8 sono fattori esatti di 75, fatte 9×8 =72, che sottrarrete dal 75 per trovare il residuo 3.

Approssimate a questo residuo il 4 che sta nel dividendo (*segnando sempre con un punto la cifra che approssimate, per non far confusione a voi stesso*), ed avrete 34. Dite:

34 : 8 dà per quoziente 4, che scriverete; e moltiplicato il quoziente 4 per 8, sottrarrete il prodotto 32 dal 34, e noterete il residuo 2.

Accostate finalmente il 9 che rimane nel dividendo, ed avrete 29, che diviso per 8 dà per quoziente 3. Fate 3×8=24, che sottrarrete dal 29, notando il residuo 5.

Chi dunque divide il numero A pel B, ha per quoziente Q col residuo di 5, che porrete nel quoziente, scritto come vedete.

61. Ciò che vi è accaduto cominciando l'operazione, cioè il non aver potuto dividere la prima cifra del dividendo per la cifra del divisor e, dà luogo a questa regola:

Se l' una o le più cifre del divisore sono maggiori dell' una o più cifre del dividendo, comincerete l' operazione, prendendo due cifre dal dividendo, quando la maggiore del divisore è una; e prendendo tre cifre dal dividendo, se le maggiori del divisore son due, ec.

62. Sia da dividersi il numero A per B.

B 28 A 4592

Staccherete due cifre dal dividendo, e vedrete quante volte il 28 entra nel 45.

Per poterlo conoscere, osserverete quante volte la prima cifra 2 del divisore entra nella prima cifra 4 del dividendo (quì entra 2 volte). Vedete poi se la seconda cifra 8 del

divisore entra pur 2 volte nella seconda del dividendo. Se ciò fosse, voi scrivereste 2 nel quoziente: Ma 8 non entra 2 volte nel 5: dunque direte che il 2 entra *una* volta nel 4, e scriverete 1 nel quoziente.

B 28 A 4592
———— ...
Q 164 28
——
179
168
——
112
112
—— 0

Farete 1×28=28, e'l sottrarrete dal 45 per trovare il residuo 17.

Accostate a questo residuo il 9 del dividendo, ed avrete 179 da dividere per 28.

Come il 179 è composto di tre cifre, e'l divisore di due, vedete quante volte la prima cifra 2 del divisore entra nelle due 17 del dividendo (quì 8 volte col residuo 1). Aggiungete questo residuo 1 al 9, terza cifra del dividendo, ed avrete 19. Vedete ora se 8 entra in 19 otto volte: e vedendo che no, dite che il 2 entra nel 17 7 volte col residuo 3. Aggiungete questo 3 al 9, e vedete se l'8 entra pur 7 volte nel 39: e vedendo

ancor che no; dite che il 2 entra 6 volte nel 17 col residuo 5. Aggiungete a questo residuo 5 il 9, ed avrete 59, numero, nel quale l'8 entra pur bene 6 volte. Scriverete dunque 6 nel quoziente, e proseguirete l' operazione.

63. Eccovi la regola per tutt'i casi: *Quando l' una cifra del divisore entrando nelle due del dividendo un certo numero di volte, la seconda del divisore non entra lo stesso numero di volte nella terza del dividendo, scemerete di una o più unità il quoziente, finchè la seconda del divisore entri nella terza del dividendo tante volte, quante volte la prima del divisore entra nelle due prime del dividendo.*

64. Prendete a dividere il numero A pel numero B. Le due prime cifre del divisore entrano bene 2 volte nelle due prime cifre del dividendo: moltiplicando dunque 2 per 31, e sottraendo il prodotto 62 dal 63, avrete per residuo 1. Accostateci il 5 del dividendo, ed avrete 15. Ma è chiaro che il 15 non può esser diviso per 31: segnate dunque un zero nel quoziente, ed accostate il 4. Proseguite (*i*).

```
B 31  30/31  A 6354
                ...
                62
   ———
   Q 204        ———
              — 154
                124
                ———
              — 30
```

65. *Se un numero qualunque si ha a dividere per 10, staccate una cifra dalla parte destra del dividendo: le figure che vanno avanti al punto sono il quoziente, e la cifra che rimane staccata, è un residuo.*

(i) *Con ciò segnerete la mancanza delle decine, e darete al 2 il suo valore locale.*

Esempio. $3458 : 10 = 345 \frac{8}{10}$.

66. *Se un numero qualunque si ha a dividere per* 100, *staccate due cifre nella stessa maniera, ed avrete il quoziente e il residuo*.

Esempio. $8529 : 100 = 85 \frac{29}{100}$ (*n.b*).

67. Per assicurarvi di aver ben eseguito una divisione, *moltiplicate il quoziente pel divisore, ed al prodotto aggiungete il residuo, se ci è stato: quando ne otterrete il dividendo, l' operazione l' avrete ben eseguita* (*k*).

68. In mezzo dell'operazione vi avvedrete di aver commesso errore, se nelle particolari divisioni avrete avuto un residuo o eguale, o maggiore del divisore. Un residuo di tal fatta

---

(k) *Voi dite che il quoziente è il secondo fattore del dividendo ch' è il prodotto: dunque moltiplicando i due fattori dovete avere il prodotto, cioè il dividendo. Vedete la nota* (h).

vi farebbe vedere che avete preso un quoziente particolare minore almeno di una unità.

69. Avrete ancora gravemente sbagliato, se nel quoziente avrete un numero di cifre maggiore o minore del numero delle divisioni particolari che avrete eseguito: il qual numero di divisioni vi verrà indicato dal numero de' punti segnati sotto le cifre del dividendo. Se avete eseguite tre divisioni particolari, come trovate due o quattro quozienti?

70. *Uso di questa operazione.* Nel commercio questa operazione serve per trovare il prezzo di una misura di merci. Tomola 14 di grano han costato 42 ducati; quanto costa un tomolo? Farete 42 : 14=3 ducati il tomolo.

Serve eziandio per dividere una somma a più persone. 58 ducati divisi a 9 persone, quanto danno a persona? Fate; 58 : 9=6 $\frac{4}{9}$.

LEZIONE III.

Denominati.

§. I.

LORO NOZIONE, LORO PREPARAZIONE,

71. La comodità del commercio e mille altri vantaggi della vita hanno obbligato gli uomi a dividere le *quantità*, i pesi cioè, le misure, ec. maggiori in altre minori, e queste in altre ancor minori fino a certi limiti. La *canna* l' han divisa in 8 palmi: il palmo in 12 once, ec. La nostra moneta ha il ducato, che si divide in 10 *carlini*; il carlino, che si divide in 10 *grani*, il grano, che si divide in 12 *cavalli*. Dite lo stesso del tempo, della superficie de' territorj, delle misure de' fluidi, ec.

72. *Diconsi denominati que' nu-*

meri che esprimono diverse specie di misure tutte rapportate ad una. Quando si calcola nel medesimo tempo su ducati, carlini, grani, e cavalli, si calcola su di numeri *denominati*, i quali poi tutti si rapportano al ducato.

73. Notate ne' denominati la specie, o sia misura maggiore. Questa è quella, dalla quale altra specie o misura non si compone. Il ducato è la specie o misura maggiore nella nostra moneta: la *soma* la misura massima negli olj, ec.

74. Le altre specie calanti con ordine fino all'ultimo, si chiamano *intermedie*, e l'ultima si dice *minima*. I carlini e i grani sono le *intermedie*, ed i *cavalli* la *minima*.

75. Voi che dovete calcolare numeri esprimenti misure diverse, sappiate ben conoscere quante della specie minima formano la sua prossima intermedia, e così fino alla massima. Informatevi degli usi e delle misure delle diverse nazioni e delle provincie del regno, anzi de' paesi della stes-

sa provincia (l). Malgrado la diversità delle misure, vi sarà facile spedire qualunque calcolo.

76. È necessità poi sapere *ridurre* i denominati da una specie all' altra, locchè si dice *prepararli*. Potrete giusta il bisogno, ridurre la massima a qualunque delle intermedie ed alla minima, e ridurre un certo numero di minime e d'intermedie alla massima.

77. Ecco la regola. *Volendo ridurre la massima alla intermedia vicina, moltiplicate la massima per quel numero, il quale indica quante intermedie compongono la massima: il prodotto indicherà la massima ridotta all'intermedia che avete voluto.*

(l) *È una miseria la tanta diversità de' pesi e delle misure de' medesimi generi. Da un paese all' altro non c'intendiamo; specialmente nelle misure de' fluidi e de' territorj. Una stessa misura per le stesse quantità in tutto il regno sarebbe un sollievo.*

Esempio. *Quanti carlini sono 34 ducati?* dite così:

10 carlini fanno il ducato: dunque 34 ducati sono 34×10=340 carlini.

Quanti grani sono 34 ducati? dite così:

I ducati 34 sono 340 carlini: ogni carlino è grani 10: dunque 34 ducati, che sono 340 carlini, sono 3400 grani.

Quanti cavalli sono 34 ducati? dite:

So che sono grani 3400: ma ogni grano è 12 cavalli: dunque 34 ducati sono 3400×12 cavalli.

78. Per ridurre poi un certo numero di minime o d' intermedie alla massima, avrete questa regola. *Dividete il numero delle minime per quel numero che esprime quante minime compongono l'intermedie che volete: il quoziente indicherà quante intermedie si contengono nel dato numero delle minime.*

Esempio. *Quanti grani sono 13254 cavalli?*

Fate 13254 : 12=1104 col residuo

di 6 cavalli. Sono dunque 1104 grani e 6 cavalli.

Quanti carlini sono?

Fate 1104 : 10=110, 4. Sono dunque 110 carlini col residuo di grani 4.

Quanti ducati sono?

Fate 110 : 10=11. Sono ducati 11 : dunque il dato numero di cavalli sono ducati 11, grani 4 e 6 cavalli.

79. Esercitatevi in queste riduzioni su' differenti pesi e misure della vostra nazione e della vostra patria, prima di cominciare il calcolo di questa maniera di numeri.

§. II.

SOMMARE I DENOMINATI.

80. *Scrivete le specie simili una sotto l' altra. Cominciate a calcolare dalla specie minima. Quando ne avrete ottenuto tante unità quante bastano a formare una della specie prossima, rapportatele a questa specie prossima, notando il residuo, se ve ne ha.*

Esempio di moneta.

54	» 38 ,	9
37	» 58 ,	11
91	» 97 ,	8

Esempio di canne.

canne	palmi	once
54	» 7 ,	5
32	» 5 ,	9
87	» 5 ,	2

L' uso di questa operazione è manifesto, come lo è quello della seguente.

§. III.

SOTTRARRE I DENOMINATI.

81. *Scrivete le specie simili l'una sotto l'altra. Cominciate il calcolo dalla specie minima. Se dal numero che indica una specie, non potrete sottrarre il numero della simile, perchè sarà maggiore, pren-*

dete un' unità della specie prossima maggiore, e ridottala alla specie minore, l'unirete al piccol numero che se ne ha, ed opererete.

Esempio di moneta.

53 » 28 , 7
39 » 57 , 9
———————
13 » 70 , 10

82. *Se una specie intiera manca nel maggiore, riempite questa mancanza con una unità della specie prossima ridotta all'unità di quella che manca. Il numero poi della specie prossima lo prenderete diminuito di una unità.*

Esempio di moneta.

24 » 03 , 0
18 » 54 , 7
———————
— 5 » 48 , 5

83. Per assicurarvi di aver bene operato, *fate somma del residuo e del minore.*

§. IV.

MOLTIPLICAZIONE DE' DENOMINATI .

84. *Moltiplicate il numero di ciascuna specie pel dato moltiplicatore. Riducete la specie minima all' intermedia prossima, e così sino alla massima, notando i residui, se ve ne ha.*

Esempio di moneta.

34 » 53 , 7 moltiplicando
8 moltiplicatore .

. . . . 8

Cominciate : $7\times8=56$ cavalli , che sono grani 4 e cavalli 8 . Scrivete 8 , e serbate i 4 grani. Il resto non ha difficultà .

Altro esempio di canne.

5 » 7 , 3
4

23 » 5 , 0

85. Se il moltiplicatore sarà un numero composto, opererete così:

Esempio di canne.

4 » 5 , 7
12

56 » 3 » 0

Cominciate: $7\times12=84$ once, che sono appunto 7 palmi senza residuo d' once. Serbate i palmi 7, e dite:

$5\times12=60+7=67$ palmi, che sono canne 8, col residuo di 3 palmi, che scriverete.

Finalmente: $4\times12=48+8=56$ canne.

86. Avreste potuto ridurre tutte le specie del moltiplicando alla minima, e la somma trovata l'avreste moltiplicata per 12. Il prodotto, tutto di

once, l' avreste dovuto ridurre alle specie superiori. Operate solo. L'uso poi il saprete bene in appresso.

§. V.

DIVISIONE DE' DENOMINATI.

87. *Dividete la specie massima pel dato divisore, e notate il quoziente. Se vi sarà residuo, lo ridurrete alla specie prossima, e l'unirete al numero di questa specie che avete nel dividendo: e così opererete sino al fine.*

Esempio di moneta.

```
  5          49 » 74 , 9
———————    — 47 carlini
9 » 94 , 11   24 grani
               4 grani, che ridotti
                 a cavalli, sono 48+9
                 =57
              57
               2 cavalli residuo ne-
                 gligibile.
```

Esempio di canne.

```
 5        34 » 7 , 10
———        4 canne, che sono pal.32+7
6 » 7 11       =39
           39
            4 palmi, che sono once 48+10
               =58
           58
            3 once residuo negligibile.
```

88. Avreste potuto ridurre tutte le specie alla minima, cioè ad once, ed il prodotto, l'avreste diviso per 5. Il quoziente poi, tutto di once, l'avreste ridotto a palmi ed a canne.

L'uso il saprete in appresso.

LEZIONE IV.

Frazioni.

§. I.

LORO IDEA, LORO VALORE.

89. Ogni *tutto* si chiama *unità* o *uno*, allorquando si concepisce non esser composto di *più simili*. Il ducato si chiama *uno*, perchè il ducato non è composto *di più* ducati.

Ma il ducato, e così ogni altro tutto, può esser composto di parti di nomi diversi, di carlini, di grani, di cavalli.

90. Dato dunque qualunque tutto *intiero*, voi potete dividerlo in quel numero di parti eguali, in cui per convenzione è stato diviso, o pure in quel numero di parti che a voi piacerà. Di quelle parti poi alcune po-

trete prenderle, ed alcune potrete lasciarle.

91. *Quella parte o quelle parti che voi avete preso di un dato tutto, si chiama frazione di quel tutto.*

Se avete diviso un rotolo in cinque parti eguali, e di queste cinque parti eguali ne prenderete tre; ciò che voi avete preso si chiama *frazione del rotolo*,

92. Dunque per esprimere una frazione avete bisogno di due numeri. Col primo esprimerete in quante parti avete diviso il tutto, sia rotolo o canna, o checche sia; e col secondo esprimerete quante di queste parti avete preso.

93. Il numero che indica in quante parti avete diviso il vostro tutto, si chiama *denominatore*.

94. Il numero che indica quante di queste parti avete preso, si chiama *numeratore*. L'uno e l'altro con nome comune si chiamano *termini della frazione*.

95. Per indicare una frazione, scrivete il denominatore sotto di una linea, e sopra scriveteci il numeratore

così, $\frac{5}{8}$, e leggerete *cinque ottave.*

96. Che senso fa dunque questa frazione $\frac{5}{8}$? Fa questo senso: *Il mio tutto l'ho diviso in otto parti eguali, e di queste otto parti eguali ne ho preso* 5. Se il *tutto* fosse stato un ducato, come la parte ottava del ducato è grani 12 e sei cavalli, le $\frac{5}{8}$ del ducato sarebbero 12 grani e 6 cavalli moltiplicati per 5, cioè grana 62 e cavalli 6 (*m*).

97. Riflettendo su quanto fin ora si è detto, intenderete bene che una frazione di un dato tutto può esser presa come *un intiero*, il quale voi potrete dividere in quante parti eguali vorrete. Chi non vede che potete di-

---

(m) *La frazione* $\frac{5}{8}$ *fa ancor questo senso*, cinque intieri divisi per otto. *In fatti* 5 *ducati divisi ad* 8 *persone danno grani* 62 *e cavalli* 6 *per ciascuno*.

videre in tre, quattro, cinque parti eguali i grani 62 e cavalli 6, che sono $\frac{5}{8}$ del ducato?

98. *La parte o le parti che voi prenderete di una frazione divisa in un numero determinato di parti, si chiama frazione di frazione.*

Si scrive così: $\frac{2}{3} \mid \frac{5}{8}$. Si legge: *due terze di cinque ottave*, e farà questo senso: *La frazione $\frac{5}{8}$ è stata divisa in tre parti eguali, e di queste se ne son prese due.*

99. Potrete operare nella medesima maniera sulla frazion di frazione $\frac{2}{3} \mid \frac{5}{8}$, e dividere il valore che ha, in un numero determinato di parti, e di queste prenderne alcune. Si potrà far dunque $\frac{1}{2} \mid \frac{2}{3} \mid \frac{5}{8}$, e leggerete: *una seconda di due terze di cinque ottave.*

100. Sapreste ora dirmi quanto vale la frazione $\frac{5}{5}$, di cui il numeratore è eguale al denominatore? Discor-

rete così : $\frac{5}{5}$ fa questo senso : *Il tutto fu diviso in* 5 *parti e se ne presero* 5, cioè, *si presero tutte le parti del tutto*, cioè, *si prese il tutto intiero*.

Notate dunque questa regola. *Tutte le frazioni, di cui il numeratore è eguale al denominatore, valgono uno*: dunque $\frac{5}{5}=1$. $\frac{7}{7}=1$. $\frac{12}{12}$ 1.

Per persuadervene anche meglio, osservate che $\frac{1}{5}$ di ducato è un tarì, e perciò $\frac{5}{5}$ sono 5 tarì, o sia un ducato intiero.

101. Sapreste dirmi poi quanto vale la frazione $\frac{7}{5}$, di cui il numeratore è maggiore del denominatore? Dite così : $\frac{5}{5}$ valgono un intiero : dunque $\frac{7}{5}$ valgono più di un intiero.

102. Abbiate questa regola. *Una frazione il cui numeratore è maggiore del denominatore, vale più di un*

intiero . $\frac{7}{5}$ di ducato sono 7 tarì, che valgono più di un ducato.

103. Le frazioni che valgono o un intiero o più d'un intiero, si chiamano *spurie*.

104. Prendete la frazione $\frac{6}{8}$, e raddoppiatene il numeratore, facendo $\frac{12}{8}$. È cosa evidente che $\frac{12}{8}$ valgono il doppio di $\frac{6}{8}$. Per l'opposto prendete la metà del numeratore della stessa frazione $\frac{6}{8}$, e fate $\frac{3}{8}$: è pure evidente che $\frac{3}{8}$ valgono la metà di $\frac{6}{8}$

105. Abbiate dunque questa regola. *Se voi raddoppiate o prendete un numero qualunque di volte il numeratore di una una frazione, lasciando intatto il denominatore, voi otterrete una frazione due, o pur tante volte maggior della prima, quante volte accrescete il numeratore. E se voi diminuirete due o più vol-*

te il numeratore di una frazione, lasciando intatto il denominatore, otterrete una frazione due o tante volte minore della prima, quante volte diminuiste il numeratore.

106. Prendete la frazione $\frac{3}{4}$, e raddoppiatene il *denominatore*, facendo $\frac{3}{8}$. È cosa evidente che le $\frac{3}{8}$ sono la metà delle $\frac{3}{4}$ (*n*).

Per l' opposto prendete la metà del *denominatore*, e fate $\frac{3}{2}$. È pure evidente che la frazione $\frac{3}{2}$ è due volte maggiore della frazione $\frac{3}{4}$ (*o*).

(n) $\frac{4}{3}$ *di ducato sono* 3 *di* 25 *grani, cioè* 75. $\frac{3}{8}$ *poi di ducato sono grani* 37 *e cavalli* 6, *cioè la metà di* 75.

(o) $\frac{3}{2}$ *di ducato sono un duca-*

107. Abbiate dunque questa regola. *Se voi raddoppierete o prenderete un numero qualunque di volte il denominatore di una frazione, lasciando intatto il numeratore; voi otterrete una frazione due o pur tante volte minore della prima, quante volte accresceste il denominatore. E se voi diminuirete due o più volte il denominatore di una frazione, lasciando intatto il numeratore; otterrete una frazione due o tante volte maggiore della prima, quante volte diminuiste il denominatore.*

Queste facilissime verità bisogna apprenderle bene.

---

to e mezzo, cioè carlini 15. *Le* $\frac{3}{4}$ *poi di ducato sono* 75 *grani, cioè la metà di carlini* 15.

§. II.

TRASFORMAZIONE DELLE FRAZIONI.

108. *Se voi moltiplicherete tanto il numeratore quanto il denominatore di una frazione pel medesimo numero, e da' prodotti ne formerete una frazione novella; questa sarà eguale alla prima.*

Esempio. Sia la frazione $\frac{2}{3}$. Moltiplicatene i due termini per 3, e fate $\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ (*p*).

(p) *Quando moltiplicate il solo numeratore per* 3 *avete la frazione* $\frac{6}{3}$ *doppia della data* $\frac{2}{3}$: *quando poi moltiplicate per* 3 *il denominatore* 3 *di questa frazione* $\frac{6}{3}$, *la rendete* metà *di quanto valeva prima, cioè la rendete eguale alla data* $\frac{2}{3}$ *allorchè fate* $\frac{6}{9}$.

109. *Se voi dividerete tanto il numeratore quanto il denominatore di una frazione per lo medesimo numero, e da' quozienti ne formerete una razione novella; questa sarà eguale alla prima.*

Esempio. Sia la frazione $\frac{8}{12}$. Dividete i termini per 4, e fate $\frac{8}{12}:\frac{4}{4}$ $=\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ (*q*).

110. Ora vi sarà facile il saper *dare ad un intiero la forma di frazione, che abbia quel denominatore che vi sarà stato dato*.

Voglio che 7 divenga una frazione di denominatore 9. *Moltiplicate il numero dato 7 per 9, e dividetene il prodotto anche per 9, ed* avrete $\frac{63}{9}=7$ (*r*).

(q) *Discorrete come nella nota precedente*.

(r) *Il 7 è $\frac{7}{1}$: dunque moltiplicandone i due termini per 9, la*

111. Potrete ancora *ridurre un intiero unito ad una frazione ad una frazione sola*.

Si vuole che $7 \frac{3}{4}$ divengano una frazione sola? *Riducete l'intiero a frazione del denominatore della frazione, alla quale è unito* (n. prec.) *e aggiungete al numeratore il numeratore della frazione che va unita, sottoscrivendoci il denominatore comune*: il 7 dunque diverrà $\frac{28}{4}$: ed aggiungendo 3 al numeratore 28, avrete $\frac{31}{4} = 7 \frac{3}{4}$.

112. Potrete *trasformare due frazioni date in due altre che abbiano il medesimo denominatore, e che sieno sempre eguali alle prime*.

Sieno state date le due frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$: si possono ottenere due al-

---

frazione $\frac{7}{1}$, *cioè* 7 *non cangia valore* (n. 108).

tre frazioni eguali alle due date, e che abbiano lo stesso denominatore.

Per ottenerle *moltiplicate i due termini della prima frazione pel denominatore della seconda, e fate una frazione da' prodotti: poi moltiplicate i due termini della seconda frazione pel denominatore della prima, e da' prodotti fatene una frazione.*

Sieno le date $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$. Fate $\frac{2x5}{3x5} = \frac{10}{15}$ poi fate $\frac{3x3}{5x3} = \frac{9}{15}$, ed avrete le due frazioni $\frac{10}{15}$, $\frac{9}{15}$ del medesimo denominatore: e vedete bene, che $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$, e che $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ (s).

113. Se le frazioni date saranno

(s) *In questa e nelle due seguenti operazioni non fate altro che moltiplicare i termini della frazione pel medesimo numero: il che non ne cangia il valore* (*n.* 28).

tre, o più, ecco la regola.

Moltiplicate i termini di ciascuna frazione pel prodotto de' denominatori delle altre due, ed operate come prima.

Esempio. Sienó date le frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$. Moltiplicate i termini della prima frazione $\frac{1}{2}$ per $4\times5=20$, ed avrete $\frac{20}{40}$. Moltiplicate poi i termini della seconda frazione $\frac{3}{4}$ per $2\times5=10$, ed avrete $\frac{30}{40}$. Moltiplicate finalmente i termini della frazione $\frac{2}{5}$ per $2\times4=8$, ed avrete $\frac{16}{40}$. Si otterranno tre frazioni $\frac{20}{40}$, $\frac{30}{40}$, $\frac{16}{40}$ eguali alle tre date, e del medesimo denominatore.

114. Bisogna non ignorare una maniera di abbreviar questa operazione, maniera molto utile nel commercio, Se date due frazioni si devono trasformare in due altre del medesimo de-

nominatore, *osservate* se il denominatore di una divide esattamente il denominatore dell' altra: se ciò accade, fate la divisione, e notatevi il quoziente: per questo quoziente moltiplicate i termini della frazione, il cui denominatore è stato dividente, pel quoziente ritrovato, e con ciò l' avrete, senz' altro, ridotta alla denominazione dell' altra frazione.

Esempio. Sieno le frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{15}$. Il denominatore 3 della prima divide esattamente il denominatore 15 della seconda, e dà 5 per quoziente. Moltiplicate i termini della frazione $\frac{2}{3}$ per 5, ed avrete $\frac{10}{15}$.

115. Una frazione espressa con termini molto composti è imbarazzante. Si può *ridurre una frazione ad una espressione più semplice*: cioè si può *trovare una frazione eguale ad una data, ma espressa con termini meno composti*.

Trovate un numero che divida esattamente i termini della frazione

data, *e da' quozienti formate una frazione novella: l' avrete più semplice ed eguale alla prima*.

Esempio $\frac{28}{54}$. Dividete per 2 i termini, ed avrete $\frac{14}{27}=\frac{28}{54}$.

116. Ma se vi fosse stata data la frazione $\frac{108}{140}$, come avreste fatto per sapere il numero, per lo quale i due termini possono esser divisi esattamente?

117. Bisogna saper trovare la *massima misura comune de' due numeri*: cioè bisogna saper *trovare il più gran numero che senza residuo divide due numeri dati*. Per saperla trovare operate così:

Scrivete il numero minore sotto del maggiore, come vedete fatto, e dividete il maggiore per lo minore. Non terrete alcun conto del quoziente che quì è 1, e scrivete il residuo 32 sotto del minore.	140 108 32 12 8 4

Dividete il minore 108 per 32, e negligendo ancora il quoziente, notate il residuo 12.

Dividete il 32 per 12, e scrivete il residuo 8.

Dividete il 12 per 8, e notate i residuo 4.

Dividete il 12 per 4, e vedendo che la divisione viene senza residuo, dite che il 4 è il *massimo comune divisore*, o sia *la massima misura comune* de' due numeri dati.

118. *Sarà dunque massima misucomune di due numeri quello, che senza alcun residuo divide il numero che gli sta sopra.*

119. Operate ora sulla frazione data $\frac{108}{140}$, e dividendone i termini per 4, avrete la frazione più semplice $\frac{27}{35}$ $= \frac{108}{140}$.

120. Operando per trovare la massima misura comune fra due numeri dati, v'imbatterete nell'ultimo residuo 1. In tal caso direte che i due numeri dati non hanno massima misura comune, cioè che non vi ha un numero, che possa dividerli ambidue esat-

321
217
104
9
5
4
1

tamente: e la frazione composta da quelli non può rendersi più *semplice*. Operate sulla frazione $\frac{217}{321}$. Tutti que' numeri, fra'quali non si trova *misura* comune se non l' *unità*, si chiamano *primi*.

121. Le frazioni *spurie* sono anche trasformabili: cioè, *le frazioni spurie possono ridursi ad intieri*.

Dividerete il numeratore pel denominatore: il quoziente indicherà gl' intieri contenuti nella frazione, ed il residuo, se ci avrà luogo, indicherà parti della denominazione della frazione.

Esempio. $\frac{24}{6}=4$. $\frac{38}{5}=7\ \frac{3}{5}$ (*t*).

(t) *Una frazione* spuria *è una divisione indicata*, *ma non eseguita*. *Voi non fate altro che eseguirla quando cercate quanti intieri contiene*.

§. III.

SOMMAR LE FRAZIONI.

122. *Se le frazioni che dovete sommare, hanno il medesimo denominatore, fate somma de' numeratori, e sotto scriveteci il denominatore comune.*

Esempio. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$.

123. *Se hanno denominatore diverso, riducetele alla stessa denominazione, ed operate come prima.*

Esem. $\frac{3}{4} + \frac{2}{7} = \frac{21}{28} + \frac{8}{28} = \frac{29}{28} = 1 + \frac{1}{28}$ (u).

(u) *Fareste male se voleste sommar due frazioni di denominatore differente, sommandone i soli numeratori: giacchè poi non sapreste qual denominatore usare. Male anche se credereste sommarle sommandone i numeratori e i denominatori.* $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ *di ducato, che sono tanto più di un ducato intiero, le trovereste*

Se avete a sommare intieri con frazioni, *sommate prima gl' intieri, e poi le frazioni*.

Esempio. $5\frac{3}{4}+7\frac{1}{3}=12+\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=13\frac{1}{12}$.

§. IV.

SOTTRARRE LE FRAZIONI.

124. Se le due frazioni sono del medesimo denominatore, *trovate la differenza de' numeratori, e soscriveteci il denominatore comune*.

Esempio. $\frac{7}{9}-\frac{3}{9}=\frac{4}{9}$.

125. Se hanno denominatori differenti, *riducetele alla stessa denominazione, ed operate come prima*.

$\frac{5}{7}$ di ducato, che sono tanto meno d' un ducato. Per evitar questi errori si riducono alla stessa denominazione.

Esempio . $\frac{3}{4} - \frac{2}{7} = \frac{21 - 8}{28} = \frac{13}{28}$ (x).

126. Per sottrarre una frazione da un intiero, fate così. Prendete una unità dall'intiero, e riducetela a frazione del denominatore di quella che avete a sottrarre, ed operate.

Esempio . $5 - \frac{3}{4}$.

Fate $5 = 4 + \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 4\,\frac{1}{4}$.

127. Se da un intiero con frazione dovrete sottrarre un intiero con frazione, *riducete gl' intieri alla denominazione delle loro frazioni, ed operate come prima*.

Esempio . $3\,\frac{3}{5} - 2\,\frac{1}{3}$.

Fate $\frac{18}{5} - \frac{7}{3} = \frac{54 - 35}{15} = \frac{19}{15} = 1\,\frac{4}{15}$.

128. Se gl' intieri fossero molto composti, per evitare il tedio di lunghe riduzioni, *sottraete frazione da frazione, accrescendo di una unità ridotta la frazione del maggio-*

(x) *Discorrete come nella nota precedente*.

re, se l'avrete minore della frazione del sottraendo, ed operate come si è detto.

§. V.

MOLTIPLICARE LE FRAZIONI.

129. Per moltiplicare una frazione per un intiero, *basterà moltiplicare per l'intiero dato il numeratore della frazione, lasciandole il suo denominatore* (105).

Esempio. $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4}$.

130. Per moltiplicare una frazione per un'altra, *moltiplicherete fra loro i numeratori e i denominatori*.

Esempio. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$ (γ).

(γ) *Se aveste dovuto moltiplicar la frazione* $\frac{2}{3}$ *per* 3, *avreste fatto* $\frac{6}{3}$ (n. prec.); *ma la dovevate moltiplicare per* 3 *diviso per* 5:

131. Se avrete a moltiplicare un intiero con frazione per una frazione, *riducete l' intiero a frazione* (110), *ed operate come si è detto*.

Esempio. $5\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.

Fate prima $\frac{17}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{51}{12}$.

132. Opererete nella medesima maniera se avrete a moltiplicare intiero con frazione per intiero con frazione.

Esempio. $3\frac{1}{2} \times 5\frac{3}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{23}{4} = \frac{161}{8}$

133. Bisognerà operare diversamente se gl' intieri fossero molto composti. Eccone un esempio che vi servirà di norma pe' casi simili.

---

dunque la frazione $\frac{6}{3}$ è cinque volte maggiore del giusto. Moltiplicatene il denominatore per 5, e l' avrete $\frac{6}{15}$ prodottto esatto (107).

Sia da moltiplicarsi 352 $\frac{2}{3}$ per 38 $\frac{3}{4}$.

Fate prima $352 \times 38 = 13376$

Poi $352 \times \frac{3}{4} =$ 264 (129)

Poi $38 \times \frac{2}{3} =$ . . . . . . 25 $\frac{1}{3}$

Finalmente $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} =$ . . . $\frac{1}{2}$ (130)

13665 $\frac{5}{6}$ (123)

§. VI.

DIVIDERE LE FRAZIONI.

134. Se dovrete dividere una frazione per un intiero, *moltiplicate il denominatore della frazione per l'intiero dato* (107).

Esempio. $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$.

135 Se dovrete dividere una frazione per un' altra frazione, opererete così. *Rovesciate i termini del divisore, mettendo il numeratore per denominatore, e il denominatore per*

numeratore, e moltiplicate il dividendo per questa frazione così fatta.

Esempio.

$\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$, $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$ quoziente (z).

136. Se dovrete dividere un intiero per una frazione, operate nella stessa guisa, rovesciando i termini del divisore, e moltiplicando.

(z) *Se aveste dovuto dividere la frazione* $\frac{3}{5}$ *per* 2, *avreste avuto* $\frac{3}{10}$ (n. prec.) : *ma voi la dovete dividere per* 2 *diviso per* 3 : *dunque la frazione* $\frac{3}{10}$ *è un quoziente tre volte minore del giusto : moltiplicatela dunque per tre, ed avrete* $\frac{9}{10}$ *quoziente esatto. Ecco perchè si rovesciano i termini del divisore, e poi si moltiplicano le due frazioni.*

Esempio . $7 : \frac{3}{4}$.

Fate $\frac{7}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$.

137. Se un intiero con frazione dovrà esser diviso per un intiero, o per una frazione, o per un intiero con frazione, *riducete tutto a frazione* (111) *ed operate* .

Esempio . $3\frac{3}{4}$, $5\frac{2}{3}$.

Fate $\frac{15}{4}$, $\frac{17}{3}$: poi $\frac{15}{4} \times \frac{3}{17} = \frac{45}{68}$ quoziente .

Per assicurarvi di aver bene operato, moltiplicate il quoziente pel divisore, e avrete il dividendo .

§. VII.

FRAZIONE DI FRAZIONE.

138. Per sapere quanto vale la frazione di frazione $\frac{3}{4} \Big| \frac{2}{3}$, *moltiplicate fra loro i numeratori e i denominatori:* vale dunque $\frac{1}{2}$ *(aa)*.

Quanto dunque valgono $\frac{3}{4} \Big| \frac{2}{3}$ di ducato, o di rotolo? *Valgono mezzo ducato, o mezzo rotolo*. Per assicurarvene dite così: $\frac{2}{3}$ di ducato sono grani 66 e 8 cavalli: il quarto di questi sono grani 16 e 8 cavalli, che presi tre volte sono grani 50, o mezzo ducato.

139. Per valutare la frazione di più

(aa) $\frac{1}{4}$ *di* $\frac{2}{3}$ *è* $\frac{2}{12}$: *dunque* $\frac{3}{4}$ *di* $\frac{2}{3}$ *è* $\frac{2}{12} + 3 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

frazioni opererete nella stessa maniera. Sia $\frac{1}{2} \Big| \frac{3}{4} \Big| \frac{2}{3}$, l'avrete $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

140. Sapreste dirmi che parte sono di un carlino $\frac{3}{5}$ di un grano? Discorrete così:

Un grano è $\frac{1}{10}$ di un carlino: dunque $\frac{3}{5}$ di un grano sono $\frac{3}{5} \Big| \frac{1}{10}$ di un carlino, e perciò $\frac{3}{50}$ di carlino

141. Che parte è di una canna $\frac{3}{4}$ di palmo?

Discorrete come prima. Un palmo è $\frac{1}{8}$ di canna: dunque $\frac{3}{4}$ di palmo sono $\frac{3}{4} \Big| \frac{1}{8}$ di canna, e perciò $\frac{3}{32}$ di canna.

LEZIONE V.

Applicazione delle dottrine insegnate al commercio.

§. I.

APPLICAZIONE DELLA MOLTIPLICAZIONE.

142. Non farò alcun conto dell' addizione e della sottrazione, le quali operazioni hanno un uso troppo conosciuto. Notate in primo luogo quello della moltiplicazione.

143. *Quanto è l'importo di cantaja* 54 $\frac{3}{5}$ *di una merce, che vale* 24 *ducati il cantajo?*

Apprendete a discorrere così. Chi mi ha dato 54 cantaja di tale merce, esige da me 54 volte 24 ducati; dunque devo fare $54 \times 24 = 1296$. Poi dite.

Chi mai ha dato $\frac{3}{5}$ di un cantajo esige $\frac{3}{5}$ del prezzo di un cantajo, $\frac{3}{5}$ di 24, o sia $\frac{3}{5}\times 24$; che sono ducati 14 » 40 (129). L'importo dunque è duc. 1310 : 40.

144. *Come fareste per saper l'importo di 54 cantaja e rotoli 60 della stessa merce pure a duc. 24 il cantajo?*

Avreste prima fatto $54\times 24=1296$: poi avreste finto che i 60 rotoli fossero 60 cantaja, ed avreste fatto $24\times 60=1440$. Ma questo importo sarebbe 100 volte maggiore del giusto; perchè avete chiamato 100 rotoli ogni rotolo: dunque avreste dovuto dividere il 1440 per 100, e avreste ottenuto ducati 14 » 40 prezzo de' rotoli 60 (66). Tutto come prima.

145 *Quanto è l'importo di cantaja 34 e rotoli 13 di una merce che vale 13 ducati il cantajo?*

È duc. 443 » 69.

146. *Quanto è l'importo di 3 canne e palmi 5 di panno che costa*

duc. 12 *la canna?* Ducati 43 » 50.

147. *Quanto è l' importo di* 17 *misure di una merce che vale* 5 $\frac{2}{3}$ *la misura?*

Notate che nella pratica rade volte sentirete $\frac{2}{3}$ di ducato. I negozianti esprimono i prezzzi con ducati, carlini, ec. onde nell' esempio proposto il prezzo si sarebbe espresso così: *a* 5 *ducati*, *grani* 66, *e* 8 *cavalli*. Ma voi dovete saper la pratica di tutte due queste espressioni. Dunque,

Seguendo la prima, direte $17 \times 5 = 85$. Poi direte: $\frac{2}{3}$ di duc. preso 17 volte sono $\frac{2}{3} \times 17 = 11\frac{1}{3}$, e l'importo totale sarebbe ducati $96\frac{1}{3} = 96$ » 33, 4.

Servendovi della seconda maniera di esprimere il prezzo, la domanda sarebbe stata questa: *Quanto è l' importo di* 17 *misure di una merce che vale per ogni misura duc.* 5 » 66, 8? Operate come sapete, e tro-

verete duc. 96 » 33 , 4 (85).

148. *Quanto è l'importo di misure* $7\frac{3}{5}$ *di una merce, che vale* $12\frac{3}{4}$ *la misura?*

Discorrete così. Valendo una misura $12\frac{3}{4}$, le 7 misure valgono $12\frac{3}{4}\times7=$.. 89 » 25

Poi dite: Valendo una misura $12\frac{3}{4}$, le $\frac{3}{5}$ d'una misura (131) valgono $\frac{3}{5}\times12\frac{3}{4}=$ . . . . 7 » 65

96 » 90

Il medesimo quesito proposto giusta la pratica sarebbe: *Quanto costano misure* $7\frac{3}{5}$ *di una merce che vale duc.* 12 » 75 *la misura?* (le $\frac{3}{4}$ di ducato sono grani 75).

Avreste dovuto ritrovare il prezzo delle 7 misure, facendo
12 » 75×7 = ... 89 » 25

Poi, prendendo le $\frac{3}{5}$ del prezzo d'una misura, avreste fatto $\frac{3}{5}$ × 12 » 75 = . . 7 » 65 Come prima.

96 » 90

149. *Quanto valgono* $\frac{3}{4}$ *di palmo di una tela che vale duc.* 3 » 57 *la canna?*

Dite così: $\frac{3}{4}$ di palmo sono $\frac{3}{4}$ di $\frac{1}{8}$ di canna, cioè $\frac{3}{32}$ di canna: dunque per aver l'importo di $\frac{3}{4}$ di palmo dovete prendere l'importo di $\frac{3}{32}$ di canna. Valendo dunque la canna duc. 3 » 57, l'importo di $\frac{3}{32}$ di

canna è $\frac{3}{32} \times 3$ » 57=33 grani e cavalli 5 circa.

§. II.

APPLICAZIONE DELLA DIVISIONE.

150. Saputo il valore di un numero di misure di una certa merce, vorrete sapere il costo di una determinata misura? Vi servirete della *divisione*.

151. *Canne 9 di un panno han costato duc. 59: quanto costa una canna?*

Discorrete così. Il prezzo di una canna preso 9 volte ha dato 59: dunque dividendo il numero de' ducati pel numero delle canne, avrò il prezzo di una canna: e perciò $\frac{59}{9}$ $=6\frac{5}{9}=$ duc. 6 » 55, 6 circa.

152. *Canne 7 $\frac{3}{8}$ di panno han costato ducati 79: qual' è il prezzo di una canna?*

Dovete fare 54 diviso per $7\frac{3}{8}$, cioè per $\frac{59}{8}$. Rovesciate il divisore (137). Il prezzo dunque sarà $54\times\frac{8}{59}$ = duc. 7 » 32 ; 2 circa.

153. *Quanto è l' importo di un' oncia e mezza di cannella che vale 46 carlini la libbra?*

Trovate il prezzo di un' oncia, facendo 46 : 12=38 grani e cavalli 4. Prendete la metà di questo prezzo ch' è grana 19 e 2 cavalli : unite questi due prezzi, ed avrete grani 57 e cavalli 6.

154. *Valutate una libbra d'indaco, di cui 9 lib. e 9 once han costato duc. 57 » 54.*

Le 9 lib. e 9 once sono $\frac{117}{12}$. Fate dunque $5754 : \frac{117}{12} = \frac{5754\times12}{117}$ = duc. 5 » 90, 2 cavalli circa.

155. *Quanto è l'importo di 7 palmi di un panno che vale duc. 13 » 50 la canna?*

Notate in quante maniere si può soddisfare a questa domanda.

Potete dire. I palmi 7 sono $\frac{7}{8}$ di canna. Dunque il prezzo di 7 palmi è le $\frac{7}{8}$ di duc. 13 » 50 $= \frac{1350 \times 7}{8}$ $=$ duc. 11 » 81, 3.

O pure. Trovate il prezzo di un palmo, facendo $\frac{1350}{8}$: moltiplicate questo prezzo per 7, ed avrete lo stesso.

Finalmente noterete la maniera usata da' pratici per risolvere tutt' i quesiti, ne' quali si domanda il prezzo d'una misura prossima alla sua maggiore. In questo quesito prendono il prezzo di palmi quattro (dividendo per 2 il prezzo della canna) che è duc. 6 » 75. Poi il prezzo di palmi due (dividendo per 2 il prezzo di palmi 4) ch' è duc. 3 » 37, 6. Finalmente prendono il prezzo di un palmo (dividendo per 2 il prezzo de' due palmi) ch' è duc. 1 » 68, 9. Uniscono poi i prezzi di palmi $4+2+1$ $=7$, ed hanno 11 » 81, 3 come prima.

I pratici chiamano quest' operazione *prendere in parte*. Vedete quanto è lunga: ma pur bisogna saperla, perchè molte volte riesce comoda.

LEZIONE VI.

Ragioni e Proporzioni.

§. I.

IDEA DELLE RAGIONI E PROPORZIONI.

156. Sopra questi due numeri 18, 6 che vi saran dati, vi si potran fare due domande. I. *Qual' è la differenza che passa fra questi due numeri?* E voi certamente risponderete che questa differenza è 12.

II. *Quante volte il primo contiene il secondo?* E voi direte che 3 volte.

Il conoscere qual' è la differenza che passa fra due numeri, o quante volte uno contiene l' altro, è conoscere *la ragione* o *il rapporto* che passa fra due numeri.

157. Chiamerete dunque ragione o

rapporto *la maniera secondo la quale due numeri o si sorpassano, o si contengono l'un l'altro*.

158. La maniera di sorpassarsi di due numeri si chiama *ragione aritmetica*.

159. La maniera di contenersi di due numeri si chiama *ragione geometrica* : e noi parleremo di questa sola.

160. Perchè vi formaste l'idea della ragione geometrica, non è necessario che il primo de' due numeri dati sia maggiore del secondo. Se avverrà che il primo sia minore, la seconda domanda sarà questa : *Quante volte il primo è contenuto nel secondo?*

Dunque sarà più esatta la vostra risposta se, domandato che sia ragione geometrica, risponderete : *È la maniera secondo la quale un numero o contiene l'altro, o è contenuto dall'altro*. Se i due numeri dati fossero stati 6 e 12, e vi fosse stato richiesto : *Qual'è la ragione geometrica fra 6 e 12* ; avreste dovuto rispondere : *È la maniera, secondo*

la quale il 6 *è contenuto dal* 12 (*bb*).

161. *Se vi saran dati quattro numeri, il primo de' quali tante volte contiene o è contenuto dal secondo, quante volte il terzo contiene o è contenuto dal quarto; i quattro numeri dati si chiameranno direttamente proporzionali.*

Riflettete su questi numeri 18, 6, 12, 4, e vedendo che il primo contiene tante volte il secondo, quante volte il terzo contiene il quarto, direte che que' quattro numeri sono *direttamente proporzionali*.

(bb) *È chiaro che per conoscere quante volte un numero o contiene l'altro, o è contenuto dall' altro, si debba ricorrere alla divisione. Per sapere quante volte* 18 *contiene* 6, *si deve fare* 18 : 6=3. *Per sapere quante volte volte il* 5 *è contenuto nel* 15, *si fa* 5 : 15$=\frac{1}{3}$, *e si vuol dire che* 5 *è* $\frac{1}{3}$ *di* 15. *Il quoziente ritrovato si chiama* esponente della ragione.

Riflettete sopra questi altri quattro 3, 9, 5, 15, e vedendo che quante volte il primo è contento nel secondo, tante volte il terzo è contenuto nel quarto, direte che que' quattro nnmeri sono *direttamente proporzionali*.

Sogliamo scriverli così; 18 : 6 = 12 : 4, e leggerete 18 sta a 6 come 12 a 4 (cc).

(cc) *Quattro numeri così proporzionali contengono due ragioni eguali, come è evidente, e perciò contengono due* esponenti *eguali: onde se si ha* 3 : 5 = 12 : 20, *sarà* $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$. *Da ciò ricaverete* I. *che se due frazioni sono eguali, il numeratore della prima sta al suo denominatore, come il numeratore della seconda sta al suo denominatore*; II. *che per sapere se due frazioni sono eguali, basterà vedere se i numeratori ed i denominatori sono proporzionali come si è detto. Ciò poi il conoscerete facilmente fra poco. Queste verità semplicissime vi*

162. Se vi saran dati quattro numeri tali, che *il primo stia al terzo come il quarto al secondo*; questi quattro numeri si chiamano *inversamente proporzionali*.

Riflettete su questi numeri 8, 3, 4, 6, e vedendo che quante volte il primo 8 contiene il terzo 4, tante volte il quarto 6 contiene il secondo 2, direte che que'quattro numeri sono *inversamente proporzionali*.

Riflettete sopra di questi altri 5, 18, 15, 6, e vedendo che quante volte il primo 5 è contenuto nel terzo 15, tante volte il quarto 6 è contenuto nel secondo 18, direte che que' quattro numeri sono *inversamente proporzionali* (dd).

---

faranno altrimenti comprendere il calcolo delle frazioni. Rileggetelo.

(dd) *Dati dunque quattro numeri inversamente proporzionali, li potrete situare talmente che sieno direttamente proporzionali, se metterete il terzo nel secondo luogo, ed il secondo nel quarto.*

Si chiamano poi *inversamente proporzionali* per quella specie di giro che si ha da fare, per ritrovarvi numeri proporzionali.

§. II.

CARATTERE DE' NUMERI PROPORZIONALI.

163. Se si avranno quattro numeri direttamente proporzionali, il prodotto del primo pel quarto è eguale al prodotto del secondo pel terzo. Sieno dati i numeri proporzionali $18:6=12:4$, avrete $18\times4=72$: avrete parimente $6\times12=72$ (*ee*).

164. *Se vi saran dati tre numeri, come farete per trovare il quarto direttamente proporzionale?* Cioè *dati tre numeri* 12, 8, 15, *qual'è quel numero che posto dopo il terzo* 15 *dà quattro numeri direttamente proporzionali?*

(ee) *Per persuadervi altrimenti di questa verità, prendete i nu-*

Per trovarlo in ogni caso, *moltiplicate il secondo pel terzo, e dividete il prodotto pel primo: il quoziente sarà il quarto proporzionale.* Fate dunque $\frac{15 \times 8}{12} = 10$, e avrete $12 : 8 = 15 : 10$.

165. *Se si avranno quattro numeri inversamente proporzionali, il prodotto del primo pel secondo è eguale al prodotto del terzo pel quarto.* Sieno i numeri *inversamente proporzionali* 8, 3, 4, 6, avrete $8 \times 3 = 24$, e $4 \times 6 = 24$ (*ff*).

---

meri proporzionali $18 : 6 = 3 : 1$; *ed avrete* (nota cc) $\frac{18}{6} = 3$: *e perciò* $18 = 3 \times 6$; *cioè* $1 \times 18 = 3 \times 6$. *Il primo prodotto è del primo numero moltiplicato pel quarto; ed il secondo prodotto è del secondo moltiplicato pel terzo.*

(ff) *Vi persuaderete di questa verità se disporrete i numeri dati come si è detto* (nota dd); *perchè allora vedrete di aver moltiplicato*

Per trovarlo in ogni caso, *moltiplicate il primo numero pel secondo, e dividete il prodotto pel terzo: il quoziente sarà il quarto inversamente proporzionale*. Fate dunque $21 \times 3 : 7 = 9$, ed avrete 21, 3, 7, 9 (gg).

167. Per trovare il quarto direttamente proporzionale, ed il quarto inversamente proporzionale, oprerete sempre nella medesima maniera, se in uno, o in due, o in tutt' i tre numeri dati ci fossero annesse frazioni, anzi se i tre dati fossero tre frazioni.

166. *Se vi saran dati tre numeri, come farete per trovare il quarto inversamente proporzionale?* Cioè *dati tre numeri* 21, 3, 7, *qual' è quel numero che posto dopo il terzo* 7 *dà quattro numeri inversamente proporzionali?*

---

il primo pel quarto, ed il secondo pel terzo.

(gg) *Rileggete le* note dd, ee.

§. III.

DISCERNIMENTO DE' QUESITI .

168. Infinite *quistioni* , o *quesiti* , o *problemi* si sciolgono col mezzo della dottrina delle proporzioni . Bisogna però saper ben discernere se il quesito proposto appartenga alle regole della proporzione diretta , o a quelle della inversa. Voi baderete bene a quanto or ora vi sarà insegnato.

169. Sia stato proposto il quesito. *Uomini* 34 *han compito in un certo tempo* 24 *canne di fabbrica. Quante canne ne faranno nel tempo stesso* 58 *uomini ?*

170. In questo e in qualunque altro quesito , que' due numeri che esprimono *la cosa medesima* , si chiamano *omogenei* , cioè *simili* . Il 34, e 'l 58 quì si chiamano *omogenei* , perchè entrambi esprimono *uomini* .

171. Quel numero che rimane , si chiama *il solitario* , perchè è *solo* ad esprimere *un'altra cosa diversa dalla prima* . Il 24 quì è *il solitario* , perchè è *solo* ad esprimere *canne* .

172. Quel numero, del quale si va in cerca, si chiama *il quarto proporzionale*, e deve essere omogeneo al solitario, cioè deve esprimere la medesima cosa che viene espressa dal solitario, cioè *canne*.

173. Premesse queste avvertenze sul quesito, se *il vostro giudizio* vi farà scorgere che quanto il primo degli omogenei è maggiore o minore del secondo, tanto *il solitario* deve essere maggiore o minore del *quarto proporzionale*; sarete sicuro che il quesito deve essere sciolto colla regola della proporzione diretta: cioè il quarto proporzionale deve trovarsi, moltiplicando il secondo pel terzo, e dividendo il prodotto pel primo.

Non vedete voi facilmente che quanto è maggiore il numero degli uomini impiegati, tanto deve essere maggiore il numero delle canne che faranno? e perciò quanto il primo omogeneo è minore del secondo, tanto il solitario deve esser minore del quarto proporzionale. Dunque risolverete il quesito facendo $24 \times 58 : 34 = 40 \frac{16}{17}$ canne.

174. Altro quesito. 50 *uomini han consumato in un certo tempo 24 tomola di grano: 15 uomini quante tomola ne consumeranno nel medesimo tempo?*

Vedete bene che per più uomini maggior consumo, e per meno uomini minor consumo. Quanto dunque il primo omogeneo 50 è maggiore del secondo 15, tanto il solitario 24 deve esser maggiore del quarto proporzionale. Opererete dunque colla regola della proporzione diretta, e farete

$15 \times 24 : 50 = 7 \frac{1}{5}$ tomola.

175. Siavi poi stato fatto il quesito. 18 *uomini han fatto un certo lavoro in giorni* 12: *in quanti giorni si compirebbe il medesimo lavoro impiegandovi* 34 *uomini?*

Per mezzo di una facile riflessione scorgerete la differenza che passa fra questo quesito e i due altri precedenti. I due *omogenei* sono 18 e 24, che esprimono uomini: *il solitario* è 12, che esprime giorni. Non vedete voi che il quarto proporzionale, che esprimerà anche giorni, debbe esser

minore del solitario 12? È necessità che 24 uomini debbano impiegarsi per minor tempo per fare ciò che fanno 18. In questo quesito dunque *quanto il primo omogeneo è minore del secondo, tanto il solitario è maggiore del quarto proporzionale.* Tutt' i quesiti di tal fatta debbono essere sciolti colla regola della proporzione *inversa*. Perciò farete 18, 12, 24, $\frac{18 \times 12}{24} = 9$ (166). Dunque i 24 uomini eseguiranno il lavoro in 9 giorni.

176. Altro quesito. *Con 7 paja di buoi si è arato un campo in giorni 6: in quanti giorni si sarebbe arato con 5 paja? Certo che in più di 6 giorni.* Quanto dunque il primo omogeneo 7 è maggiore del secondo 5, tanto il solitario 6 è minore del quarto proporzionale. Dunque il quesito appartiene alla règola della proporzione *inversa*. Perciò farete 7, 6, 5, $\frac{7 \times 6}{5} = 8\frac{2}{5}$ giorni.

177. I quesiti di queste due maniere, ne' quali, dati tre numeri, si cerca il quarto proporzionale, appar-

tengono alla regola della proporzione detta *semplice*. I pratici la chiamano *regola del tre*, cioè regola che si esegue sopra tre numeri dati. Si chiama ancora *regola d'oro* per la sua *utilità*.

§. IV.

PROPORZIONE COMPOSTA.

178. Accade che dandovisi un quesito, al quale si deve soddisfare colla dottrina delle proporzioni, sentiate nominare più di tre termini fino a cinque. Come farete voi per risolverlo?

Esempio. 15 uomini han compito in 8 giorni un lavoro di 25 canne di fabbrica: quante canne ne farebbero 24 uomini in giorni 18?

179. In questo e in simili quesiti ciò che indica tempo o altra cosa simile, è un certo *accessorio* al quesito, cioè è una circostanza, la quale se mancasse, si avrebbe ancora un quesito. In fatti se dal quesito proposto si tolga la circostanza *del tempo*, rimarrà pure un quesito da pro-

porsi così : 15 *uomini han fatto* 25 *canne di lavoro* : 24 *uomini quante ne farebbero* ?

180. Le circostanze poi ne contengono un altro; giacchè si può ben dire : Se in 8 giorni si fa tanto lavoro, in giorni 18 quanto se ne farebbe ?

Si lascino a' numeri nominati nel quesito i loro nomi, e il 15 e 'l 24 si chiamino *omogenei*, il 25 sarà il *solitario*. I due altri numeri poi 8 e 18 li chiamerete *circostanze*, e in particolare l'8 il chiamerete circostanza del primo omogeneo 15, e 'l 18 circostanza del secondo 24. Vi ha poi ragione di chiamarli così, perchè nel quesito i giorni 8 si danno a' 15, e i giorni 18 a' 24.

181. Per venire a una soluzione esatta del quesito, *sforzatevi di conoscere se il quesito spogliato delle circostanze appartiene alla regola del tre diretta o all' inversa. Poi osservate parimente, se il quesito che si potrebbe fare dalle sole circostanze, appartenga alla regola del tre diretta o inversa*. Vi son due casi.

I. *Tutti due i quesiti possono appartenere alla regola del tre diretta.*

II. *Uno alla diretta, e l'altro all'inversa.*

182. Se entrambi i quesiti apparterranno alla regola del tre diretta, *moltiplicate gli omogenei per la loro circostanza, ed operate come nella regola del tre diretta.* Nel quesito proposto porrete per primo termine 15 ×8=120: il solitario rimarrà per secondo, e per terzo porrete 24×18 =432. Poi dite: se 120 dà 25, quanto 432? 120: 25=422: 90 canne.

183. Volete esser sicuro di aver ben operato, ed apprendere nel tempo stesso un'altra maniera facile di risolvere simili quesiti? Sciogliete il quesito in due, e dite: 15 uomini han fatto 25 canne: quante ne faranno 24? e troverete che 40. Poi replicate: Se in 8 giorni si fanno canne 40, quante in giorni 18? e trovate 90 come prima.

184. Questa maniera di operare viene espressa con questa regola. *Sciogliete il primo quesito: mettete il*

quarto proporzionale trovato per solitario fra' due numeri che esprimono le circostanze : il quarto proporzionale trovato risolverà il quesito intiero .

185. *Appartenga un quesito alla diretta, e l' altro all' inversa .*

Sia stato fatto il quesito . 20 *uomini per aprire un canale devono asciugar* 6 *piedi di acqua in ogni giorno , per fare in un certo tempo* 160 *canne di lavoro : quante ne faranno nel tempo stesso* 30 *uomini obbligati ad asciugare ogni giorno* 8 *piedi di acqua ?*

Riflettendo sul quesito , ravviserete potersi sciogliere in due .

I. 20 *uomini fanno in un certo tempo* 160 *canne : quante ne faranno nel tempo stesso* 30 *uomini ?* Ecco un quesito che appartiene alla regola del tre *diretta* .

II. *Se asciugando* 6 *piedi di acqua al giorno si fanno in un certo tempo tante canne di lavoro : quante se ne faranno dovendosi asciugare* 8 *palmi di acqua al giorno ?* Questo quesito appartiene alla regola

inversa, perchè il lavoro cresce quanto è minore il consumo del tempo fatto per asciugare l' acqua, e diminuisce quanto questo ostacolo cresce.

186. Ne' quesiti di tal fatta operate così. *Moltiplicate il primo omogeneo per la circostanza del secondo, e moltiplicate il secondo omogeneo per la circostanza del primo: il solitario rimanga nel suo luogo, ed operate come nella regola del tre diretta* (hh). Dunque farete 20×8 =160 : poi 30×6=180, e direte : Se 160 dà 160, 180 quanto darà? e troverete 180 *canne*.

187. Volete esser sicuro di aver ben operato, ed apprendere nel tempo stessnn' altra maniera facile di risolvere simili quesiti? Risolvete il primo così.

20 *uomini fan* 160 : 30 *uomini*

(hh) *O pure*: dividete il primo omogeneo per la sua circostanza, e per la sua dividete il secondo: ed operate colla regola del tre diretta. *Avrete il medesimo* 180.

quante ne faranno? e troverete 240. Poi replicate:

Se asciugaudosi 6 piedi d'acqua al giorno si fanno canne 240: quante se ne faranno asciugandosene 8? Operate colla regola inversa, e troverete 180.

LEZIONE VII.

Applicazione delle dottrine insegnate al commercio.

§. I.

ALLA SOCIETA' SEMPLICE.

188. Due, tre, quattro, o cinque uomini impiegano unitamente differenti capitali al commercio, onde ritraggono guadagno o perdita. Bisogna saper dividere la perdita o il guadagno fra' socj a proporzione del

capitale di ciascuno. Questa maniera di società, in cui si suppongono capitali diversi, impiegati però durante il medesimo tempo, si chiama *società semplice*.

189. *Il mercatante A ha impiegato duc.* 180. *B duc.* 300. *C duc.* 425. *Il guadagno è stato duc.* 338. *Qual' è la porzione di ciascuno?*

Raccogliete i capitali, ed avrete duc. 905. Poi dite: Se 905 han fruttato 338, quanto han fruttato 180? quanto 300? quanto 425? Replicherete dunque tre volte la regola del tre.

905 : 338=180: 67 » 22, 7. A.
905 : 338=300: 112 » 04, 5. B.
905 : 338=425: 158 » 72, 11. C.

337 » 99, 11. lucro.

Facendo somma de'lucri assegnati a ciascuno, dovete ritrovare il lucro intiero. Quì vi ha piccola mancanza di un *cavallo* pe'residui *negligibili*.

190. *Tre mercatanti han fatto un capitale. A ha impiegato duc.* 238. *B duc.* 196. *C duc.* 220, *e con que-*

sti capitali han comperato 48 some di olio. La società si scioglie, e ciascun di loro cerca l'olio che gli appartiene.

Unite i capitali che fanno duc. 654, e dite: Se 654 danno 48 some, quante 238?
quante 196? quante 220?

§. II.

ALLA SOCIETA' COMPOSTA.

191. L'impiego di capitali diversi, *per tempi* anche *diversi*, fa che la società si abbia a chiamare *composta*.

192. *Il mercatante A ha impiegato duc. 128 per lo spazio di tre anni. B. duc. 384 per lo spazio di un anno. C. duc. 256 per lo spazio di due anni. La perdita è stata 225.*

Moltiplicate ciascun capitale pel tempo, durante il quale è stato impiegato, e fate somma di questi prodotti: poi operate come se la società fosse stata semplice.

1280 : 225=384 : 67 : 50. A.
1280 : 225=384 : 67 : 50. B.
1280 : 225=512 : 90 : 00. C.

225» 00. perdita.

193. Se avverrà che il tempo sia di anni e mesi, voi ridurrete gli anni e mesi a soli mesi, e moltiplicherete i capitali pel numero de' mesi.

194. Durante il tempo della società accade che i capitali o crescano, o si scemino. Ecco la pratica che deve regolarvi.

Tre mercatanti A, B, C han fatto una società. A ha impiegato duc. 500, e dopo quattro mesi ne ha aggiunto altri duc. 200. B ha impiegato duc. 1200: ma passati dieci mesi ha tolto dal suo capitale duc. 250. C ha impiegato duc. 1500 dal principio della società sino al fine, che fu dopo due anni.

Per saper di duc. 460 di guadagno quanto spetti a ciascuno, dite così.

Il capitale di A per mesi quattro fu 500×4=2000: per mesi 20 fu duc. 700×20=14000: dunque per 2 anni fu 2000+14000=16000.

Passerete al mercatante B. Il capitale di costui per mesi 10 fu $10 \times 1200 = 12000$: ma tolse dal capitale duc. 250: dunque per 14 mesi, quanti ne restano per compiere i due anni, fu duc. $1200 - 250 = 950$, che moltiplicati per 14 danno $950 \times 14 = 13300$. Questi uniti al capitale di mesi 10, che è duc. 12000, danno per capitale de'due anni $12000 + 13300 = 25300$.

Il mercatante C che non ha nè accresciuto nè diminuito il suo capitale, avrà impiegato per mesi 24 un capitale di $24 \times 1500 = 36000$.

Raccogliete ora, secondo la regola, tutt'i capitali così moltiplicati pe'loro tempi, ed avrete 77300, e dite: Se 77300 han fruttato 460, quanto 16000? quanto 25300? quanto 36200?

§. III.

AL BARATTO.

195. *Negoziare a baratto è negoziare cambiando merci con merci, delle quali prima si determina il prezzo.*

Il mio zucchero vale duc. 80 *il cantajo, e il tuo caffè duc.* 124. *Ho cantaja* 12 *di zucchero, che vorrei barattare con caffè: quanto dovrò averne?*

Valuto le 12 cantaja del mio zucchero, facendo 12×80=960, e dico: Se con duc. 124 si ha un cantajo di caffè, quanti se ne hanno con duc. 960? dunque 124: 1=960: . .

196. Regolarmente nel negoziare a baratto i negozianti sogliono accrescere il prezzo delle loro merci. Servendoci dell' esempio precedente, il zucchero in contanti si dà a duc. 80 il cantajo; a baratto vo' venderlo a duc. 100. Bisognerà che il caffè avanzi di prezzo in quella ragione in cui è avanzato il zucchero, *per serbarsi l' eguaglianza*.

Per trovare l' accrescimento del caffè, dite così. Se 80, prezzo contante del zucchero, si fa 100 nel baratto; 124, prezzo contante del caffè quanto si fa nel baratto? e direte 80: 100=124: 155, prezzo del caffè.

Fissati in tal maniera i nuovi prezzi, opererete come nel primo e-

sempio. Il prezzo delle cantaja 12 del zucchero è $12 \times 100 = 1200$. Dunque se con duc. 155 si ha un cantajo di caffè; con duc. 1200 se ne avranno $1200 : 155$. Operate.

197. Vi ha un'altra maniera di baratto, che si fa barattando una determinata quantità di merci, ed esigendo dall'altra danaro contante.

Baratterò la mia cannella col tuo induco, se il terzo della mia cannella mel pagherai con danaro contante.

In questa maniera di baratto, che suppone l'accrescimento de'prezzi delle due merci, il terzo della cannella si vuol pagato *al prezzo che acquista nel baratto*.

Sia dunque il prezzo della cannella prima del baratto duc. 9 la libbra, e quello dell'indaco duc. 24. Nel baratto la cannella vale duc. 12 la libbra. Nella supposizione che il terzo della cannella si debba pagare in contante, bisogna trovare quanto debbasi accrescere di prezzo l'indaco, sì per l'accrescimento della cannella da 9 a 12, sì pel vantaggio cercato

di ricevere il terzo del prezzo in moneta effettiva.

Operate così. Prendete il terzo del prezzo di una libbra di cannella in baratto che qui è $\frac{12}{3}=4$, e sottraete questo numero sì dal prezzo della libbra di cannella in baratto, che dal prezzo della libbra di cannella prima del baratto, ed avrete $9-4=5$; e $12-4=8$; poi dite. Se 5 si fa 8, quanto si fa 24 prezzo dell'indaco? e troverete duc. 38 » 40. Si venga ora al fatto.

Ho 18 libre di cannella, che voglio barattare con indaco colle condizioni già dette: quanto debbo avere in contante, e quanto indaco prenderò?

Le 18 libbre di cannella valgono $18\times12=216$. *Tolgo il terzo* 72 *che prendo in contante*, ed ho 144. Poi dico: se con duc. 38 » 40 prendo una libbra d'indaco, quante ne prenderò con duc. 144?

§. IV.

ALL'ALLEGAZIONE.

198. Di due o più generi di valore differente si sarà fatto un misto : si saranno mescolati insieme oro e argento . È cosa evidente che il prezzo del misto non può esser lo stesso di quello o dell' oro o dell' argento . Si tratta dunque di saper qual valore debba avere una misura di questo misto . Il metodo che si tiene per arrivarvi , si chiama *regola di allegazione* .

199. *In un incendio rimasero fuse 13 libbre d' oro e 18 d' argento. l' oro era del prezzo di duc. 216 la libbra, e l' argento di 14. Si domanda qual' è il prezzo d' una libbra di questo misto.*

Trovate il prezzo delle 13 libbre di oro, ch' è $13 \times 216 = 2808$, e quello delle 18 libbre di argento, ch' è $18 \times 14 = 252$. Unite questi valori, ed avrete 3060 . Dite ora così .

Se 13 libbre di oro più 18 di argento, cioè , se libbre 31 valgono

5060 : quanto vale una libbra? Operate.

200. *Un tomolo di grano è costato carl. 24 : un altro carlini 23, e un altro carlini 20 : quanto costa un tomolo di mescuglio di quei tre grani?*

Raccolti i tre prezzi che sono carlini 67, dite così. Se tomola 3 valgono 67, quanto 1 (*ii*)?

201. Alle volte, supposto il prezzo differente di due o più generi, si vorrà avere una misura intiera composta di parti di ciascun genere con una certa quantità di danaro che si ha. Si cerca in tal caso quanto di ciascun genere si deve avere.

202. Ne'quesiti di tal fatta, il prezzo che ciascun genere ha, si chiama

(ii) *Così si procede in quella operazione che si chiama* liquidazione, *con cui si determina il valore* giuridico *de' grani, degli olj, ec. risultante da' valori di* convenzione, *che fra'particolari hanno avuto luogo durante un certo tempo.*

prezzo *vero*: il danaro poi, con cui si vuol comprare una misura composta da' due generi, si chiama prezzo *medio*.

203. *Una qualità di vino costa carlini 28 il barile, ed un'altra carlini 18. Io non ho che carlini 24, co' quali vorrei un barile intiero di vino.*

Fate così. Scrivete il prezzo medio 24 accanto ad una linea, come vedete fatto, e dall'altra banda scrivete i due prezzi respettivi 28, e 18.

	28	.	6
24			
	18	.	4
			10

Trovate la differenza che passa fra 'l prezzo medio ed il minore che quì è 6, e scrivete questa differenza accanto al prezzo maggiore. Trovate poi la differenza che passa fra 'l prezzo medio e il maggiore che qui è 4, e scrivete questa differenza accanto al prezzo minore. Sommate queste differenze, ed avrete 10.

Fate ora due frazioni; la prima delle quali abbia per numeratore la differenza che sta scritta accanto al numero maggiore, cioè 6; e per denominatore la somma delle differenze,

cioè 10, ed avrete $\frac{6}{10}$: la seconda frazione poi avrà per numeratore la differenza che sta scritta accanto al numero minore, cioè 4, e per denominatore la somma delle differenze, ed avrete $\frac{4}{10}$; e poi dite, che del vino da 24 ne dovete ripetere $\frac{3}{5}$ di barile, del vino da 18 ne dovete ripetere $\frac{2}{5}$. Ora $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=\frac{5}{5}$, cioè ad un barile (*kk*).

204. *Sieno tre le qualità di vino, di cui si cerca un barile: il primo costi* 28, *il secondo* 22, *ed il terzo* 18. *Il prezzo medio sia* 25.

(kk) *Il prezzo medio non può essere eguale ad uno de' prezzi* veri, *nè minore del più piccolo: ma deve esser medio fra' due. Ciò è evidente.*

gola della *falsa posizione semplice*.

206. Vi sia stato detto. *Un terzo ed un quarto del mio danaro sono 24 ducati: Quanto danaro ho io?*

Ignorando il vero numero de' ducati, supponete che chi vi ha parlato ne abbia 12. *Questo numero così arbitrariamente supposto si chiama posizione*. Ma è facile vedere esser *falsa una tale supposizione*, perchè il terzo ed il quarto di 12 sono $4+3=7$: e perciò il vostro amico dovrebbe avere non 24 ducati per *un terzo e un quarto*, ma 7.

Dite però così: Se 7 nasce dalla falsa posizione 12; il 24 dal qual numero nascerà? Farete dunque $7 : 12 = 24 : \frac{288}{7} = 41\frac{1}{7}$. L'amico dunque ha tanti ducati.

Per assicurarvi di aver ben operato, vedete se il terzo ed il quarto di $41\frac{1}{7}$ sono appunto 24.

207. *In un attacco si son perduti 1449 uomini fra morti, feriti, e prigionieri. Il numero de' feriti è il doppio del numero de' morti, e la*

metà del numero de' prigionieri: si vuol sapere il numero de' morti, de' feriti, e de' prigionieri.

Fingete esservi stati 124 feriti. Dunque i morti, che ne son la metà, sono stati 62, e i prigionieri, il cui numero è il doppio de' feriti, sono stati 248. Raccolti questi numeri, si ha 434. La posizione dunque è stata falsa, perchè avrebbe dovuto dare 1449 numero vero de' perduti. Dite però così: Se 434 è nato dalla falsa posizione di 124; il vero 1449 da qual numero nascerà? Farete dunque 434; 124=1449: 414 numero de'feriti.

Il numero de'feriti già ritrovato, vi fa conoscere quello de' morti che deve essere la metà, cioè 207, e quello de' prigionieri che deve essere il doppio, cioè 824, che in uno danno 1449 perduti.

208. Per isciogliere simili quesiti si può supporre qualunque numero: ma giova sopra tutto il supporlo tale che non involga la noja delle frazioni. Giova parimente supporlo piccolo. In fatti, se il numero de' feriti si fosse supposto 2; i morti sarebbero stati 1,

e i prigionieri 4; in tutto 7. Avreste poi detto 7 : 2=1449 : 414 come prima. È chiaro poi, che in cambio di far posizione del numero de'feriti, avreste potuto farla de' prigionieri o de' morti.

§. VI.

ALLA FALSA POSIZIONE DOPPIA.

209. Un quesito che vi sembrerà simile a quegli già sciolti per la regola della falsa posizione semplice, richiederà assolutamente che voi fingeste non uno, ma due numeri per poterlo risolvere. I quesiti di tal fatta appartengono alla regola della *falsa posizione doppia*.

210. Vi sia stato detto: *Pietro ha tre figli A, B, C. L'età del figlio B supera quella di A con anni 5; e quella di C supera quella di B con anni 10: si sa però, che raccolti gli anni de' tre figli danno 47. Quali sono gli anni di ciascuno?*

Fate posizione che A abbia 4 anni: B dunque ne avrà 9, e C 19, che

raccolti danno 32. La vostra posizione dunque ha prodotto *errore*, perchè in cambio di produrrre 47, ha prodotto 32, numero minore del 47.

211. *Allorchè la posizione fatta produce un numero minore del vero, la differenza che passa fra 'l falso numero prodotto e il vero, si chiama errore in meno.*

La differenza nell' esempio recato (n. 210) *è* 15 *errore in meno.*

212. Fate ora altra *posizione*, e dite che A abbia anni 7: B dunque ne avrà 12, e C 22, che raccolti danno 41. Dunque anche nella posizione di 7 avete errato, e vi ha *un errore in meno di* 6.

213. Ecco la regola, per la quale otterrete dopo ciò il vero numero.

Se dalle due posizioni fatte son venuti due errori, entrambi in meno; moltiplicate la prima posizione pel secondo errore, e la seconda posizione per lo primo: trovate la differenza di questi due prodotti, e dividetela per la differenza de' due errori: il quoziente sarà il numero vero cercato.

214. Applichiamo la regola al fatto. La prima posizione fu 4, e il secondo errore fu 6. Dunque farete $4\times6=24$. La seconda posizione fu 7, e il primo errore fu 15: dunque farete $15\times7=105$. La differenza dunque de' prodotti è $105-24=81$. La differenza degli errori è $15-6=9$, e il numero vero è $81 : 9=9$ anni di A. Gli anni di B poi sono $9+5=14$, e que' di C $14+10=24$; in tutto 47.

215. Se le due posizioni vi produrranno due numeri maggiori del 47; in tal caso gli errori si chiameranno *in più*.

Fingete che l' età di A sia prima 14, e poi 18, e voi avrete per primo errore 15, e per secondo 27, entrambi *in più*.

216. Ecco la regola. *Se entrambi gli errori saranno in più, opererete come si è detto nel caso che entrambi gli errori fossero in meno*. Assicuratevene operando su queste nuove posizioni.

217. Se le due posizioni vi produrranno due errori uno *in più*, e l' al-

tro *in meno*, voi opererete secondo quest' altra regola.

Dividete la somma de' due prodotti per la somma de' due errori: il quoziente sarà il numero che si cerca. Applichiamo questa regola.

218. Sia l' età di A 8: quella di B sarà 13, e quella di C 23, che unite danno 44 con 3, errore *in meno*. Sia poi l' età di A 18, quella di B sarà 23, e quella di C 33, che unite danno 74 con 27 errore in più. Si moltiplichi la prima posizione pel secondo errore $8 \times 27 = 216$, e la seconda posizione pel primo errore $18 \times 3 = 54$. La somma di questi due prodotti, cioè $216 + 54 = 270$ si divide per la somma degli errori, cioè per 30, e si avrà 9, età di A come prima.

219. Esempio II. *Pietro ha giocato con Paolo, dandogli un vantaggio. Pietro paga per ogni partita che perde carlini* 12, *e Paolo carlini* 8. *Dopo dieci partite Pietro si trova con carlini* 20 *di guadagno: Quante partite ha vinte?*

Supponete 5. Dunque ne ha per-

dute altre 5. Per quelle che ha vinto, ha preso $5\times8=40$, e per le perdute ha dato $5\times12=60$. Dunque in questa posizione voi fate Pietro perditore in carlini 20 per le partite perdute, e di altri carlini 20 che ha lucrato. Il vostro errore dunque è di 40 *in meno*.

Dunque abbia vinto 6 partite, e perdute 4. Per quelle che ha vinto, ha preso $6\times8=48$, e per quelle che ha ha perduto, ha hato $4\times12=48$, cioè in tal posizione Pietro non ha nè vinto, nè perduto: ma veramente ha vinto 20: dunque il vostro errore è di 20 *in meno*.

La prima posizione moltiplicata pel secondo errore dà $5\times20=100$. La seconda posizione moltiplicata pel primo errore dà $6\times40=240$. La differenza de' due prodotti è 140, che diviso per la differenza degli errori $40-20=20$ dà $\frac{14}{2}=7$. *Pietro ha vinto sette partite*.

§. VII.

ALL' INTERESSE.

220. Si chiama *capitale* una certa somma di danaro che si dà ad uno, con condizione che paghi *un tanto* per cento al fin dell' anno. Il *tanto* che si paga per cagion del capitale, si chiama *interesse*, *annualità frutto*, *rendita*.

Per le regole che insegneremo, voi apprenderete a saper determinare la somma dovuta pel capitale preso con certe condizioni.

221. *Vi ho dato* 84 *ducati*, *a condizione che alla fine dell' anno men paghiate* 8 *per cento*.

Apprendete qual sia il senso, o sia *la condizione* del contratto.

Se io avessi dato 100 ducati, alla fine dell' anno mi dovreste restituire 108. Perchè dunque ve ne ho dato 84, bisogna che mi restituiate questa medesima somma non coll' interesse di ducati 8, ma con un altro che tanto sia minore di 8, quanto 84 è minore di 100.

Per saper trovare quanto si deve per li ducati 84, dite così:

Se 100 mi sarebbero tornati 108; 84 quanto debbono ritornarmi?

100 : 108=84 : 90 » 72.

Mi dovete dunque alla fine dell'anno ducati 90 » 72; e l'interesse è stato di ducati 6 » 72.

222. Dato dunque il capitale e l'interesse d'ogni anno per ogni cento, *troverete l' interesse di qualunque capitale, se unirete a* 100 *l'interesse stabilito, ed instituirete una regola del tre, di cui il primo termine sia* 100: *il secondo* 100 *più l' interesse stabilito, e per terzo la somma, o sia il capitale di cui si cerca l' interesse.*

Quanto rende un capitale di ducati 348 *al* 6 *per* 100? Dite 100 : 106=348 : 368 » 88; e l' interesse di un anno è di ducati 20 » 88.

223. Giova abbreviare questa operazione, ed eseguirla con una semplice moltiplicazione. Ecco la regola.

Moltiplicate il capitale intiero per l' interesse d' ogni anno, e staccate due cifre dal prodotto dalla banda

destra. Le cifre che vanno avanti sono ducati; le staccate sono grani. Questa regola così eseguita suppone che non vi sieno denominati nè nel capitale, nè nell' interesse (*ll*). Nell' esempio precedente il capitale moltiplicato per l'interesse è 348×6= 20 » 88.

224. Occorrerà che nel capitale vi sieno carlini e grani, non già nell' interesse. Servendovi della regola del numero antecedente, *moltiplicate il capitale per l' interesse, e staccate quattro cifre dalla banda destra*. Le antecedenti sono ducati, le due che seguono, sono grani; le due ultime sono tante centesime di grano (*mm*).

(ll) *E' facile il capire la ragione di questa regola. Voi avreste potuto discorrere così. Se* 100 *rendono* 6; 348 *quanto rendono? Per trovarlo avreste dovuto fare* $\frac{348 \times 6}{100}$ =20. » 88.

(mm) *Due cifre debbono staccarsi per la ragione datane nella nota precedente; e due altre per ridurre*

Quanto rende un capitale di ducati 238 » 80 *al* 6 *per* 100 *?* Fate 23880×6=14 » 32; 80. *Rende ducati* 14, *grani* 32, *e* $\frac{4}{5}$ *di un grano*

225. Se i carlini e i grani saranno nell'interesse, opererete come nel num. precedente.

Quanto è l' interesse di un capitale di duc. 578 *a duc.* 4 » 50 *per* 100? Sono duc. 26 » 01.

226. Se i carlini e i grani sono nell'interesse e nel capitale, moltiplicate l' interesse pel capitale, e staccate sei zeri (*nn*).

---

i grani a ducati per li grani che sono nel capitale.

(nn) *In questo caso bisogna staccare non quattro, ma sei zeri., perchè vi ha denominati nel capitale e nell' interesse. Le cifre antecedenti sono ducati: le due che seguono sono grani: le altre due sono parti centesime di un grano (non già cavalli): e le due ultime centesime di centesime di un grano, cioè residuo negligibile.*

Quanto è l' interesse di duc. 258 » 80 *al* 3 » 50 *per* 100? Fate 25880 × 350, e staccate dal prodotto sei zeri.

227. Con questi lumi vi sarà facile di trovare l' interesse di un capitale impiegato per soli mesi, o per anni e mesi, o per soli giorni.

Qual' è l' interesse di un capitale di ducati 1246 *a duc.* 4 » 50 *per* 100 *per lo spazio di* 10 *mesi?*

Trovate l' interesse del capitale per un anno, che sarà duc. 56 » 07. Per trovare poi l' interesse de' 10 mesi dite:

Se 12 mesi rendono 56 » 07: quanto rendono 10? Troverete duc. 46 » 72, con residuo negligibile.

Potreste *prendere in parte*, e prendere l'interesse di 6 mesi e di 4, dividendo per 2 e per 3 l' interesse trovato di un anno, e sommando i due interessi de' mesi 6+4=10.

228. Se il medesimo capitale fosse stato impiegato per due, tre, o più anni, e 10 mesi; avreste ritrovato prima l' interesse di un anno, che poi avreste moltiplicato pel numero degli anni; e finalmente avreste trovato l'

interesse de' mesi 10 come si è fatto, ed avreste fatto somma de' due interessi.

229. *Quanto è il fruttato di un capitale di duc. 348 impiegato per 25 giorni al 4 per 100?*

Bisogna cominciar dal trovare il fruttato del capitale per un anno, che sarà ducati 13 » 92, e poi direte. Se giorni 365 rendono duc. 13 » 92: quanto giorni 25? Troverete grani 95, e cavalli 3 circa. In questo caso il prendere in parte sarebbe stato nojosissimo.

§. VIII.

ALL' INTERESSE A SCALARE.

230. *Voi mi avete dato un capitale di duc. 1200 al 6 per 100: ed io vi ho dato un mio podere, che dà rendita certa di ogni anno duc. 374, acciocchè vi soddisfacciate dell' interesse annuale, e vi riprendiate la somma datami.*

È cosa evidente che dopo qualche tempo il mio debito dee essere estinto, perchè il ritratto annuale del mio

podere supera l'interesse che vi devo pel capitale.

Ecco il caso dell' *interesse a scalare*, e in questo si cerca: *Dopo quanti anni il debito rimarrà estinto, e quanto interesse si è pagato?* Un solo esempio basterà per guidarvi in tutti i simili.

231. Si trovi l'interesse del capitale nel primo anno, e si avrà . . .	72
Dunque nel finir del primo anno vi devo interesse e capitale	1200
	1272
Ma voi prendete dal mio fondo	374
Dunque dedotta questa somma, al cominciar del secondo anno vi devo .	898 »
Si trovi l' interesse del capitale 898, e si avrà .	53 » 88
Dunque nel finir del secondo anno vi devo interesse e capitale	951 » 88
Ma voi prendete dal mio	

fondo . . . . 374 » 00

Dunque dedotta questa somma, al cominciar del terzo anno devo . . 577 » 88

Si trovi l' interesse del capitale 577 » 88, e si avrà . . . . 34 » 67(*)

Dunque nel finir del terzo anno vi devo interesse e capitale . . . . . . 612 » 55

Ma prendete dal mio fondo . . . . 374 »

Dunque dedotta questa somma, al cominciar del quarto anno devo . . . . 238 « 55

Arrivati a tal punto, vedete bene che voi non potete godervi il mio fondo per un altro anno, essendo il mio debito, insieme coll' interesse, minore della rendita annuale del mio fondo. Due casi possono darsi.

Avremo potuto convenire di pagarvi il residuo 238 » 55 al finir del quarto anno; ed in tal caso bisognerà trovar l' interesse che compete a tal residuo, ch' è duc. 14 » 31 (con circa

---

(*) E cavalli 3 circa.

2 cavalli) : questo aggiunto al residuo del mio debito, dà duc. 152 » 86. Ciò dovete ripetere da me nel finir del quarto anno, se mi rilascerete il mio fondo nel principiar dell' anno : o pure ritenendolo, mi sarete debitore di duc. 121 » 14.

In tal caso dunque il mio debito sarà pagato dopo quattro anni.

Interesse del primo anno .	72
Del secondo	53 » 88
Del terzo	34 » 67
Del quarto	14 » 31
In tutto	174 » 86

Pel secondo caso avremo potuto convenire di pagare il residuo 238 » 55 non al finir dell' anno, ma *quando apparterrà*. Il mio fondo è un palazzo, che si locherebbe duc. 374 l'anno. Non è giusto che per un mio debito di duc. 238 » 55, insieme coll' interesse, voi vi godiate per un anno un fondo di rendita maggiore : ed in oltre io voglio rientrar nella mia casa al più presto possibile. Si cerca dunque : *Quanti giorni dovete rimanere nella mia casa?* Per trovarli, dite così :

Se 374 si pagano in giorni 365, in quanti giorni si pagano duc. 238 » 55 ? e troverete che si pagano in giorni 232. Dunque mi rilascerete la mia casa dopo questo tempo. Debbo però pagarvi l' interesse del vostro capitale di 238 » 55 per giorni 232; il quale ritrovato giusta le regole insegnate (n. 224, e 229), monta a duc. 9 » 09, 75 con residuo negligibile.

Rilascerete dunque la mia casa dopo anni 3 e giorni 232.

L' interesse del primo anno	72
Del secondo. . . .	53 » 88
Del terzo	34 » 67
De' giorni 232 . . .	9, 09, 75
In tutto	169 » 64, 75

232. Ma come farete se vi mancherà il contante per pagare l' interesse di ducati 9 ,, 09, 75 ?

L' inquilino rimanga nella casa per altro tempo, e dite così per saperlo. Se 374 si pagano in giorni 365; duc. 9 ,, 09, 75 in quanti giorni si pagheranno ?

§. IX.

ALL' INTERESSE DOPPIO.

233. Taluni che sembran nati per succiare il sangue de' loro fratelli ed ingrassarne, nel dare il loro danaro convengono che, nel caso di *mora* nel pagamento dell' annualità, l' annualità stessa accresca il capitale, e venga loro profitto sì dal capitale sì dall' interesse *mal pagato*, che si dice *attrasso*. Questi si chiamano *usurai*, nome che vale tutti gl' improperj del mondo.

234. *Per* 358 *ducati debbo pagare al finir dell' anno ducati* 8 *per* 100 *insieme col capitale. La mia povertà mi ha reso impotente a pagar l' uno e l' altro. L' usurajo mi accorda dilazione per* 3 *anni: Quanto gli debbo al finir di questo tempo?*

Trovate l' interesse del primo anno ch' è duc. 28 ,, 64.

Nel secondo anno il capitale unito all' interesse forma un capitale di ducati 386 ,, 64.

Trovate l' interesse di questo capi-

tale, ch' è 30 ,, 93 (con residuo negligibile).

Nel terzo anno il capitale unito all' interesse forma un capitale di duc. 417 ,, 57.

Trovate l' interesse di questo capitale ch' è 33 ,, 40 , 5 cavalli circa.

Dunque al finir del terzo anno gli devo duc. 450 ,, 97 , 5.

Comprendete facilmente perchè tale interesse si chiama *doppio*. L' usurajo tira doppio profitto , il primo dal capitale , e 'l secondo dall' interesse mal pagato.

LEZIONE VIII.

Potenze de' numeri.

§. I.

LORO IDEA.

235. Quel numero che si ottiene moltiplicando un numero per un altro, chiamasi *prodotto* : ma quel numero che si ottiene moltiplicando un numero o per l' *unità* , o per se stesso, dicesi *potenza*: non perchè non sia un *prodotto* , ma perchè gli aritmetici han voluto distinguerlo con questo nome da qualunque altro *prodotto*. Se dunque farete $7 \times 1 = 7$, otterrete la *potenza* di 7. Se farete $7 \times 7 = 49$, otterrete 49 *potenza* parimente del 7.

236. *Il prodotto di un numero moltiplicato per l' unità si chiama potenza prima del numero medesimo* .

Onde 7 è potenza prima di 7 (*oo*).

237. *Il prodotto di un numero moltiplicato per se stesso* si chiama *potenza seconda*, *o quadrato del medesimo numero*. Onde il 49 è la *potenza seconda*, o il *quadrato del* 7.

238. Se poi moltiplicherete la potenza seconda, o sia il quadrato di un numero per lo numero stesso, il prodotto si chiama *potenza terza*, o *cubo* del numero.

Se dunque farete $49 \times 7 = 343$, avrete ottenuto la potenza terza, o il cubo di 7.

239. Il numero che avete moltiplicato per se stesso, per ottenerne la potenza seconda, si chiama *radice quadrata* di quella potenza seconda. 7 dunque è la *radice quadrata* di 49.

240. Quel numero che avete moltiplicato per la potenza seconda, per ottenerne la terza, o sia il cubo, si chiama *radice cubica* di essa poten-

---

(oo) *Dunque il valore assoluto di qualunque numero è la sua potenza prima.*

za terza. Dunque 7 è la radice cubica di 343.

§. II.

FORMAZIONE DELLE POTENZE.

241. Vi sarà dato il numero 9, e vi si chiederà la potenza seconda, cioè il suo quadrato: come dovete fare per ottenerlo?

Moltiplicate 9 per se stesso, facendo $9\times9=81$ quadrato di 9.

Come farete per trovare il quadrato di 12? Farete $12\times12=144$ quadrato di 12.

242. Non avete dunque alcuna difficoltà per trovare il quadrato di un numero come si voglia composto: voi non dovete fare altro che moltiplicarlo per se stesso.

Vi sarà dato il numero 5, e vi si chiederà la sua potenza terza, cioè il suo cubo: come farete per ottenerlo?

Formate prima il quadrato di 5, facendo $5\times5=25$. Poi moltiplicate il quadrato 25 per la sua radice, facendo $25\times5=125$ cubo di 5.

244. Non avrete dunque difficultà per trovare il cubo di un numero come si voglia composto. Voi ne ritroverete prima il quadrato, e poi moltiplicherete il quadrato per lo dato numero medesimo.

245. Come opererete se il numero dato, per cercarne la potenza seconda, sarà una frazione?

Fate il quadrato de'due termini che la compongono, e tali quadrati occupino il medesimo luogo in una frazione novella: questa sarà il quadrato della frazione data. Il quadrato dunque di $\frac{3}{4}$ è $\frac{9}{16}$.

246. Come farete poi per ottenere il quadrato di un numero intiero, cui vada annessa una frazione?

Farete dell'intiero e della frazione una frazione sola: poi opererete come si è detto nel numero precedente.

Esempio. Sia da trovarsi il quadrato di $5\frac{2}{3}$. Questo numero equivale a $\frac{17}{3}$; il di cui quadrato è $\frac{289}{9}$.

Per assicurarvi di aver ben operato, servitevi della regola generale di moltiplicare il numero per se stesso, e fate $5\frac{2}{3} \times 5\frac{2}{3}$, ed otterrete anche $\frac{289}{9}$ come prima (*pp*).

247. Come farete per trovare il cubo di una frazione?

Fate il cubo de' due termini che la compongono, e tali cubi occupino il medesimo luogo in una frazione novella: questa sarà il cubo della frazione data. Il cubo dunque di $\frac{2}{3}$ è $\frac{8}{27}$.

248. Se avrete a formare il cubo di un intiero con frazione, *ridurrete l' intero colla frazione ad una frazione sola, e de' cubi de' due termi-*

(pp) *Nel caso di un numero di tal fatta molto composto, il ridurre l' intiero a frazione vi obbligherebbe a moltiplicazioni molto lunghe e nojose. Servitevi dunque di questo metodo meno intralciato* (n. 133).

ni formerete una frazione, che sarà il cubo della data. Sia l' intiero con frazione $3\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$: il cubo sarà $\frac{1000}{27}$.

249. Perchè le operazioni che devonsi eseguire vi riescano più facili, apprendete dalla tavola che vedete, le seconde e terze potenze de' numeri semplici.

Rad. 1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Qua. 1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.
Cubi 1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729

§. III.

ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA

250. *Vi sarà stato dato il numero 144, il quale chi lo dà, suppone essere un numero quadrato; se ne cerca la radice.*

Chi cerca la radice di 144, cerca un numero, il quale moltiplicato per se stesso dà 144.

Avvertite nella tavola che ogni numero composto di due cifre, se veramente è quadrato, ha per sua radice un numero semplice. Per lo con-

trario, se il numero dato è composto di tre cifre o più, la sua radice dovrà essere un numero composto, da trovarsi con una operazione che insegneremo.

251. *Sia stato dato il numero P, di cui si cerca la radice quadrata R:*

```
      P 5,38,24  R 232
43      1 38
        1 29
        ----
462        924
           924
           ---
           — 0
```

Dividete con virgole il numero dato in tante *coppie* di cifre, quanto potranno venire da destra a sinistra.

Trovate nella tavola la radice della prima cifra 5 se pure l' ha. Tutte le volte che questa perfetta radice manca, *prenderete quella che appartiene ad un numero quadrato prossimamente minore del vostro*. Quì dunque prenderete 2 radice di 4, quadrato prossimo minore di 5, e scriverete questa radice 2 in R.

Fate il quadrato della radice 2, e il 4 che vi verrà lo sottrarrete dal 5, notando il residuo 1.

Approssimate a questo residuo la coppia di cifre che segue, cioè 28, ed avrete 138.

Raddoppiate la radice trovata 2, e scrivete il 4 accanto del 138.

Per quel 4 *doppio della radice* dividete le sole due prime cifre del 138, cioè il solo 13, ed il quoziente 3 lo scriverete in R, e appresso al 4 divisore.

Moltiplicate il 43 per 3 radice trovata, e scrivete il prodotto 129 sotto il 138, per trovarne la differenza 9.

Accostate come prima al residuo 9 l' altra coppia 24, ed avrete 924.

Raddoppiate la radice trovata 23, e scrivete 46 accanto al 924.

Per quel 46 dividete le sole due cifre 92 *(qq)*, e il quoziente 2 scrivetelo in R, ed appresso al 46 divisore.

(qq) *Se abbassando la coppia di cifre otterrete col residuo cifre tre, quattro, cinque, ec. la divisione si farà su tutte queste cifre* meno l' ultima.

Moltiplicate il numero 462 per 2 radice trovata, ed il prodotto 924 lo scriverete sotto il 924.

Non vi ha residuo alcuno, nè più coppie da abbassare. Dunque l' operazione è compita, e la radice esatta di P è R.

252. *Sia da estrarsi la radice quadrata dal numero Q.* R 203 Q 4, 12, 09

Prendete la radice della prima cifra 4, ch' è 2, e scrivetela in R. La sottrazione viene senza residuo.

```
        4
        —
403.  0 1209
        1209
        ————
           0
```

Abbassate la seconda coppia 12, la cui figura 1 non è divisibile per 4 *doppio* della radice trovata 12: scrivete dunque un zero tanto in R quanto accanto al 4, ed avrete 40 per divisore, e per dividendo 120. Scrivete il quoziente, e moltiplicate . . . .

253. *Tutte le volte dunque che il doppio della radice trovata non potrà dividere le tante cifre che sono nel dividendo meno uno, scriverete un zero tanto nella radice quanto*

nel divisore, ed approssimerete un' altra coppia di cifre, proseguendo l' operazione.

254. *Sia da estrarsi la radice del numero X.*

	R. 24
	X 6, 12, 54
	4
	—
	44. 212
	176
	——
	48 — 36 54

Prendete 2 radice prossima di 6, e scrivete il residuo 2.

Aggiungete la coppia 12, ed avrete 212, che diviso pel doppio della radice trovata, cioè per 4, dà per quoziente 5.

Se voi aveste scritto questo quoziente sì nella radice, che accanto al divisore 4, avreste in seguito dovuto fare 45×5=225 da sottrarsi da 212: il che non potrebbe eseguirsi. In tal caso dunque diminuirete di una unità la radice trovata, ed in cambio di scrivere 5 sì nella radice che nel divisore, vi converrà scrivere 4. Proseguite l' operazione.

255. Abbiate dunque questa regola. *Se moltiplicando il divisore colla radice trovata per la stessa radice, otterrete un prodotto maggiore del*

numero, dal quale deve sottrarsi; diminuite di una unità la radice cercata, e così diminuita situatela dove conviene, e seguite ad operare.

256. *Sia da estrarsi la radice quadrata dal numero Z.*

Preso 5 radice prossima del 32, abbassate vicino al residuo la seconda coppia 57. L' operazione vi farà scorgere un residuo 8.

```
      R 57
Z 32, 57
  25
  —
107—7 57
    7 49
   ——
    —8
```

257. Quando al compiere dell' operazione avrete un residuo, dovrete dire che il numero dato non è quadrato *perfetto*, e che la radice trovata non è *esatta*. In fatti quella che voi chiamate radice 57, moltiplicata per se stessa dà 3249, numero minore del dato. Abbiate per certo che non vi ha operazione, per la quale si possa ottenere la radice *esatta* di un numero quadrato imperfetto, cioè *da un quadrato che non è quadrato.*

258. *Che farete dunque di quel residuo?* Quel residuo vi servirà per

potere aggiungere *qualche altra quantità* alla radice trovata *minore della vera*, perchè si accosti un po' più ad una *certa esattezza*, e sia il meno che si potrà erronea. Eccone l' uso.

259. *Se il residuo è minore della radice ritrovata, farete una frazione, in cui il residuo farà da numeratore, e il doppio della radice da denominatore.* Dunque in questo caso la radice più esatta del numero Z è $57\frac{8}{114}$.

260. *Se il residuo sarà maggiore della radice ritrovata, il residuo sarà il numeratore della frazione, e il denominatore sarà il doppio della radice più una unità.* Sicchè se nell' esempio che trattiamo aveste avuto per residuo 80; la radice sarebbe $57\frac{80}{114+1}$.

§. IV.

RADICE DELLE FRAZIONI.

261. Avendo appreso come formasi il quadrato di una frazione (n. 225), bisogna sapere come se ne trova la radice.

Prendete la radice quadrata de' due termini della frazione, e fatene una frazione novella: questa sarà la radice della frazione.

Esempio. La radice quadrata di $\frac{4}{25} = \frac{2}{5}$. La radice di $\frac{9}{49} = \frac{3}{7}$.

262. Data una frazione voluta quadrata, vi sembrerà che nol sia, perchè non vedrete di potersi estrarre la radice da' due termini che la compongono. Non bisogna pronunciar all' infretta. *Vedete di ridurre la frazione ad una espressione più semplice* (n. 116, 119); giacchè fatto ciò, la frazione potrà essere un perfetto quadrato. La frazione $\frac{12}{48}$ non sem-

bra quadrata : ma *ridotta*, si fa $\frac{4}{16}$,

la cui radice è $\frac{1}{2}$.

263. Se la frazione in nessuna maniera apparisce un quadrato, ma pur ne vorrete la radice almeno inesatta, opererete così.

Sia data la frazione $\frac{4}{7}$ da estrarne la radice.

Moltiplicatene i due termini per lo denominatore; il che non ne cangia il valore (108), ed avrete $\frac{28}{49}=\frac{4}{7}$. Essendo poi eguali le frazioni, le loro radici dovranno essere eguali. Dunque estratta la radice prossima dal 28, ch' è 5, e la vera da 49, ch' è 7, si avrà $\frac{5}{7}$ radice di $\frac{4}{7}$ *inesatta*.

264. Se avrete da estrarre la radice quadrata da un intiero, cui vada unita una frazione, *ridurrete l' intiero a frazione del denominatore di quella che gli è unita, e ne farete somma : estrarrete poi la radice della frazione giusta la regola.*

Sia da estrarsi la radice da $6\frac{1}{4}$ $=\frac{25}{4}$: sarà $\frac{5}{2}$.

Sia da estrarsi da $3\frac{1}{3}=\frac{10}{3}=\frac{30}{9}$: sarà a tenore del numero precedente $\frac{5}{3}$ inesatta.

§. V.

METODO DI APPROSSIMAZIONE.

265. La radice di un numero espressa da un intiero con frazione, ed estratta come si è insegnato (n. 164.), è molto lontana dalla vera, e contiene un errore notabile. Voi dovete apprendere un metodo, per lo quale potrete tanto diminuire l' error commesso, sicchè quello che rimane sia affatto *negligibile*. Questo metodo si chiama *approssimazione*.

266. Sia da estrarsi la radice dal 18. Operando a norma delle regole, voi avrete per radice $4\frac{1}{4}$, la qua-

le quanto sia lontana dalla vera il conoscerete, se ne farete il quadrato. Ecco come farete per ottenerne un' altra più *approssimata*.

267. E' cosa evidente che 18 è uguale a $\frac{180000}{10000}$ (n. 108.): e perciò la radice di questa frazione è la radice del 18. Ora la radice del numeratore di questa frazione è presso a poco 424, e la radice del denominatore esatta è 100: dunque la radice della frazione, cioè del 18, è $\frac{424}{100}=4\frac{6}{25}$.

Quanto questa radice sia più vicina alla vera di quell'altra $4\frac{1}{4}$ il conoscerete, se farete il quadrato di $4\frac{6}{25}$ ed osserverete quanto questo quadrato si accosta più al 18 di quel che si accosta il quadrato di $4\frac{1}{4}$.

268. Allorchè vorrete operare in questa guisa, badate al numero de' zeri che moltiplicheranno il numero

dato, ed entreranno nella formazione del denominatore. *Voi dovete aggiungere al numero dato un numero pari di zeri*, cioè o due, o quattro, o sei, ec.: se faceste altrimente, il denominatore composto di una unità e di tanti zeri quanti ne avete aggiunti al numeratore, non sarebbe un numero quadrato, e perciò non ne avreste la radice esatta (rr).

269. Il numero poi delle coppie de' zeri che aggiungerete, è in tutto *arbitrario*: cioè *potete aggiungere al numero dato due zeri, quattro, sei, ec. Quanto maggior numero di coppie di zeri aggiungerete, tanto più la radice che ritroverete si accosterà alla vera.*

(rr) *La costruzione delle potenze vi fa conoscere che tutte le radici de' numeri composti dalla unità con zeri danno una potenza seconda, o sia un numero quadrato composto da una unità, ed un numero pari di zeri. E perciò l' unità con uno, tre, cinque, sette zeri non danno mai un quadrato perfetto.*

270. *Sia da estrarsi la radice dal numero 375, che non l'ha esatta.* Aggiungete due coppie di zeri, e si avrà 3750000, la cui radice inesatta è 1936. La radice del denominatore è 100. Dunque quella di 375 è 1936 diviso per 100; cioè $19 \frac{9}{25}$ (ss).

271. Ecco la regola che contiene tutto il metodo di approssimazione. *Aggiungete al numero dato quante coppie di zeri vorrete. Estraete dal numero così trasformato la radice quadrata, qual si può avere. Staccatene da man ritta tante cifre quante coppie di zeri si sono aggiunte. Le cifre che precedono, sono intieri: le rimanenti sono il numeratore d'una frazione, che ha per denominatore l'unità con tanti zeri quante sono le coppie aggiunte.*

(ss) *Il numero dato moltiplicato per* 10000 *era ridotto ad una frazione di tale denominatore, la di cui radice è* 100.

§. VI.

ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBICA.

272. Vi sarà stato dato il numero 125, che si suppone essere un cubo: se ne cerca la radice.

Chi cerca la radice cubica di un numero dato, cerca quale sia il numero, che moltiplicato pel suo quadrato ha prodotto il 125.

273. Siate sicuro che ogni numero composto di tre cifre ha per radice cubica un numero semplice, che trovasi nella tavola: ma un numero composto da quattro cifre, o più, ha per radice cubica un numero composto, da trovarsi con una operazione che insegneremo.

274. *Sia da trovarsi la radice cubica del numero N.*

R 12
N 1, 728
3. 07
1728
———
0

Dividasi il numero dato in tante tripole di cifre quante possono averci luogo da destra a sinistra.

Si prenda la radice cubica della cifra ch' è nella prima

tripola, che quì è 1, e si noti in R.

Il cubo della radice trovata, cioè 1, si sottragga dal numero ch' è nella tripola, e si noti il residuo, se ve ne ha.

Si abbassi la *sola prima* cifra della seconda ch' è 7, e si divida *per tre quadrati* della radice 1 già trovata, cioè per 3, e si noti in R il quoziente 2.

Si formi il cubo di tutte due le cifre, che sono in R, cioè di 12, e si sottragga dal numero intiero N.

Non essendoci alcun residuo, sarete sicuro che 12 è la radice cubica esatta di N.

275. *Sia da estrarsi la radice cubica dal numero C.*

	R 172
	C 5,088,448
Presa la radice cubica della cifra contenuta nella prima tripola, cioè 1, e sottratto il cubo da 5, si noti il residuo 4.	1 — 3 40

Si accosti la sola prima cifra della seconda tripola, cioè il zero, e si avrà 40.

Dividete questo numero pel qua-

drato della radice 1 *moltiplicato per* 3; cioè per 3, ed avrete per quoziente 9.

Se scriveste il quoziente 9 in R, e faceste il cubo di 19 per sottrarlo dalle due tripole, sulle quali avete operato, voi otterreste il numero 6859 maggiore del minuendo 5088.

Lo stesso vi avverrebbe se diminuiste il 9 di una unità, e faceste il cubo di 18.

Dunque, non accadendo più questa maggioranza del cubo da sottrarsi scrivendo 7 nella radice, e facendo il cubo di 17; scriverete 7 in R, e proseguirete l' operazione.

276. Ecco dunque la regola. *Se da' numeri posti in radice si ottiene un cubo maggiore di quel numero, da cui deve essere sottratto; diminuirete di una o di più unità l' ultima cifra posta in radice, finchè si ottenga un numero che può esser sottratto.*

277. *Sia da estrarsi la radice cubica dal numero X.*   R 20...
X 9,120,601
8
—
La radice appartenente al numero della 12. 11

prima tripola è 2, che scriverete in R.

Il cubo di 2, cioè 8, sottratto da 9 dà per residuo 1, al quale approssimando la sola prima cifra della seconda tripola, si ha 11.

Il quadrato di 2 preso tre volte è 12, che non può dividere 11.

Dunque scriverete un zero in R.

Farete il cubo di 20, e il sottrarrete da' numeri contenuti nelle due prime tripole, e proseguirete l'operazione . . .

273. Avrete dunque questa regola. *Tutte le volte che il triplo quadrato della radice non potrà dividere il numero che dovrebbe dividere, scriverete un zero nella radice, e proseguirete l' operazione.*

279. Quando, operando come si è detto, vedrete un residuo in fine dell' operazione, direte che il numero datovi non ha una radice esatta. Senza brigarvi a saper costruire una frazione da aggiungersi alla radice inesatta, vi servirete del metodo di approssimazione, di cui vi sarà insegnata la pratica.

§. VII.

RADICE CUBICA DELLE FRAZIONI.

280. *Quando dal numeratore e dal denominatore della frazione data estrarrete la radice cubica, e da ciò che otterrete formerete una frazione novella, voi avrete ottenuto la radice della frazione.*

Esempio. La radice di $\frac{8}{27}$ è $\frac{2}{3}$: quella di $\frac{1}{8}$ è $\frac{1}{2}$.

281. Abbiate cura di ridurre la frazione data ad una espressione più semplice, quando non mostra i suoi termini cubi perfetti, perchè in tal guisa potranno divenirlo. La frazione $\frac{3}{24}$ si fa $\frac{1}{8}$ cubica perfetta.

282. *Sia da estrarsi la radice cubica da un intiero con frazione* $4\frac{12}{27}$.

Riducete l' intiero colla sua frazione

ad una frazione sola, ch'è $\frac{125}{27}$, la cui radice è $\frac{5}{3} = 1\ \frac{2}{3}$.

§. VIII.

METODO DI APPROSSIMAZIONE.

283. Vi ha necessità di questo metodo nell' estrazione della radice cubica, come ve ne aveva nella quadrata.

284. *Sia da estrarsi la radice cubica dal numero* 15.

Aggiungete a questo numero dato tante tripole di zeri quante vorrete. Sia una, e si avrà 15, 000: cioè una frazione di questo numeratore, e della unità con tre zeri per denominatore. Operando come si è insegnato, si avrà per radice cubica del 15, 000 presso a poco 24. La radice cubica esatta del denominatore è 10: dunque la radice della frazione, cioè di 15 è $\frac{24}{10} = 2\ \frac{2}{5}$.

284. Allorchè vorrete operare in questa guisa, badate al numero de'ze-

ri che moltiplicheranno il numero dato, ed entreranno nel denominatore della frazione. Voi dovete aggiungere al numero tre, sei, nove, ec. zeri: se faceste altrimente, il denominatore non sarebbe un cubo perfetto, e non ne avreste radice esatta (*tt*).

285. Il numero delle tripole di zeri è arbitrario: più però ne aggiungerete, più la radice sarà approssimata.

286. Ecco la regola contenente tutto il metodo di approssimazione per la radice cubica.

Aggiungete al numero dato, che conoscerete non essere un cubo perfetto, quante tripole di zeri vorrete. Estraete dal numero così trasfor-

---

(tt) *La costruzione delle potenze vi fa conoscere che una radice di numero composto dall' unità e di un zero dà un cubo con tre zeri: dall' unità con due zeri dà un cubo con sei zeri: dall' unità con tre zeri dà un cubo con nove zeri, ec.: e perciò l' unità con un numero differente di zeri non dà un cubo perfetto.*

mato la radice cubica quale si può avere. Staccate dalla banda destra tante cifre dalla radice quante sono le tripole de' zeri aggiunte. Le cifre che precedono sono intieri: le rimanenti sono numeratore di una frazione, che ha per denominatore l' unità con tanti zeri quante sono le tripole aggiunte.

FINE.

I. Appendice

AVVERTIMENTO.

DECIMALI.

Nella prima edizione fu ommesso il trattato de'*Decimali*. Com'era indispensabile esporlo nell' altra operetta sul *Sistema Metrico* che allor meditava di pubblicare, era ben supelfluo replicarlo in entrambe. Or che questa seconda operetta, già pubblicata, si è renduta inutile pel suo oggetto, si è offerta la necessità di richiamarlo in questa edizione. Sarebbe convenuto allogarlo dietro il trattato delle frazioni ordinarie, e ridurlo alla precisione adoperata in tutta l' opera. Ciò non ostante l' ho qui messo a maniera di appendice e senza veruno cangiamento, per rinfrancarmi l'

ingratissima pena di riformare i numeri delle citazioni che si sarebbero disordinate, e per non alterarne la chiarezza con soppressioni di poco momento. Ciò non impedisce l' istitutore di prevalersene quando gli sembrerà conveniente. Soltanto dovrò avvertire che i numeri delle citazioni in cifre arabiche riguardano il corpo dell' opera; in cifre romane la stessa appendice.

1. È un carattere generale della nostra aritmetica (14) che ogni cifra avanti un' altra prenda la sua denominazione dieci volte maggiore di quella a cui precede, e che la prima a destra indichi unità. Perciò

I. Se scrivo 746, la cifra 6 esprimerà unità; la cifra 4 esprimerà decine; la cifra 7 esprimerà centinaja.

II. Se appresso la cifra 6 situo la quarta 9, scrivendo 7469; 9 esprimerà unità, e la cifra 6 passerà ad esprimere decine.

Or se nel situare la cifra 9 appresso 6, per mezzo di un segnale, avverto chi legge che 6 seguirà ad indicare unità; in tal caso, perchè 9 deve avere una denominazione dieci volte minore dell' unità, indicherà parti decime dell' unità medesima: e se altra ne aggiungo, questa n' esprimerà parti centesime: e se altra, millesime, e così in appresso.

II. Ed ecco, per così dire, la base su cui è eretto il calcolo decimale.

Gli aritmetici in una medesima filza di cifre, per mezzo di una virgola, separano quelle ch' esprimono unità, decine, centinaja, migliaja, ec. da quelle ch' esprimono parti decime, centesime, millesime dell' unità. Le prime cominciano dalla virgola, e procedono a sinistra. Le seconde cominciano dalla stessa virgola, e procedono a destra. Perciò

Se scrivo 746, 8, è come se avessi scritto $746+\frac{8}{10}$.

Se scrivo 746, 832, è come se avessi scritto $746+\frac{8}{10}+\frac{3}{100}+\frac{2}{1000}$.

III. Non dicendosi altro, il solo colpo di occhio fa avvertire che male a proposito e con imbarazzo del calcolo si scriverebbe questa sorta di frazioni alla maniera delle ordinarie.

Quando si sa che il denominatore della prima cifra dietro la virgola a destra è 10; della seconda è 100; della terza è 1000; qual bisogno vi

ha di scriverlo ? A ragion dunque gli aritmetici nelle frazioni decimali soppriniono il denominatore , e l' hanno per sotto inteso (a) . .

IV. Tenendo avanti agli occhi questi principj , con pochissima riflessione si scorge che , *Una frazione decimale deve necessariamente esser composta di tante cifre , quanti sono i zeri del suo denominatore sotto inteso .*

(a) *Vi ha degli aritmetici che nello scrivere i decimali si servono di un punto invece della virgola : ed ove i decimali medesimi non sieno preceduti da verun numero , scrivono prima un zero , e poi un punto : per es.* 0. 78. *Altri per esprimere la stessa frazione scrivono ,* 78 , *o pure .* 78 *senza zero avanti . La maniera ordinaria , e sarà quella che noi useremo , è di separare con una virgola le frazioni decimali da' numeri che le precedono . Mancando i numeri , la virgola sarà preceduta da un* zero .

In fatti se la prima cifra appresso la virgola indica parti decime dell' unità, il denominatore di tal frazione non è che 10, cioè l' unità seguita da un zero.

Se la seconda indica parti centesime, il denominatore di tal frazione non è che 100, cioè l' unità seguita da due zeri.

Si scorra così per le altre, e sempre si scorgerà l' enunziata progressione.

V. Or si debba scrivere una frazione decimale di un dato numeratore, per esempio, la frazione *quattro diecimillesimi*. La maniera da tenersi sarà la seguente.

Si scriva 4.

E perchè il denominatore di 10000 ha quattro zeri, se ne scriveranno tre avanti la cifra 4, e avanti ad essi si scriverà la virgola preceduta da un zero, cioè 0, 0004. Questa frazione così scritta indicherà quattro, dieci millesimi.

Volendosene la dimostrazione, si sciolga la frazione nelle sue parti, e

si avrà $\frac{0}{10}+\frac{0}{100}+\frac{0}{1000}+\frac{4}{1000}=\frac{0004}{10000}$: ch' era quel che si voleva.

Altro esempio.

Sia data a scrivere la frazione decimale *dugento trentacinque centomillesimi*

Si scriva 235.

E perchè il denominatore cento mila porta cinque zeri, se ne scriveranno due avanti al 235, cioè, o, oo235, e sarà questa la frazione richiesta.

VI. Da quel che si è detto risultano due canoni che non soffrono eccezione.

I. *Due frazioni decimali che hanno lo stesso numero di cifre nel numeratore, non possono avere se non lo stesso denominatore.*

II. *Due frazioni decimali che hanno lo stesso denominatore, scritte alla maniera de' decimali, debbono avere ugual numero di cifre.*

VII. E' verità dimostrata (108) che moltiplicato o diviso per lo stesso numero tanto il denominatore quanto il numeratore di una frazione, la novella è eguale alla prima.

Da ciò risulta che

In una frazione decimale si possono aggiungere uno o più zeri alla destra; come pur se ne possono togliere, senza cangiarsene il valore.

Perciò la frazione 0,300 è eguale tanto alla frazione 0,30., tanto a 0,3; quanto a 0,3000, quanto a 0,30000. Ogni zero aggiunto moltiplica per 10, come tolto divide parimente per 10 (b).

VIII. *Se la virgola ne' decimali è trasportata o dietro una, o due, o tre cifre, ec. verso la destra; trasportata dietro una dà a quelle che la precedono una denominazione dieci volte maggiore di quella che avevano prima; dietro due la dà cento; dietro tre la dà mille, ec.*

O ciò che è lo stesso, *le moltiplica prima per* 10, *poi per* 100, *poi per* 1000.

Dato p. es. A;	A 24560, 1345.
Sia trasportata la sua virgola come in B;	B 245601, 345.
Poi come in C:	C 2456013, 45.
Poi come in D:	D 24560134, 5.

Le cifre di A, cominciando dalla sinistra fino alla virgola, scritte come in B, sono state moltiplicate per 10:

Scritte come in C, sono state moltiplicate per 100:

Scritte come in D, sono state moltiplicate per 1000.

IX. All' opposto: *Se la virgola ne' decimali è portata avanti una, o due, o tre cifre, ec. verso la sinistra; trasportata avanti ad una dà a quelle che la precedono una denominazione dieci volte minore di quella che avevano prima; dietro due la dà cento; dietro tre la dà mille*, ec. *O* ciò ch' è lo stesso, *le divide prima per* 10, *poi per* 100. *poi per* 1000.

Dato p. es. A ;	A 24560134 , 5.
Sia trasportata la	B 2456013 , 45.
sua virgola come	C 245601 , 345.
in B :	D 24560 , 1435.
Poi come in C :	
Poi come in D :	

Le cifre A, cominciando dalla sinistra fino alla virgola, scritte come in B, sono state divise per 10.

Scritte come in C, sono state divise per 100 :

Scritte come in D, sono state divise per 1000.

X. *La grandezza di una frazione decimale non dipende dal numero delle cifre che l' esprimono, ma dal valore della cifra che si trova dopo la virgola, o dalla sua minor distanza dalla medesima.*

Così 0,7 è maggiore di 0,54321.
0,001 è maggiore di 0,00078.

Un pocolino di riflessione fa conoscere questa verità, che può fare dell' impressione ad uno spirito disattento.

Se alla frazione 0,7 si aggiungano quattro zeri a destra, non cessa di avere il valore di prima (VII). Perciò

0,7 è uguale a 0,70000.

Or chi non vede che . 0, 70000
è maggiore di . . 0, 54321?

Per la stessa ragione 1,001 è uguale a 0,00100.

Or chi non vede che . 0, 00100
è maggiore di . . . 0, 00078?

Premesse queste dottrine che si debbono sapere con tutta perfezione, si passa al calcolo delle frazioni decimali.

ADDIZIONE DELLE FRAZIONI DECIMALI.

XI. Per sommare più quantità con decimali, *si scriveranno le lor cifre una sotto l' altra secondo la loro rispettiva denominazione. Si scriveranno parimente le virgole, sicchè formino una colonna verticale.*

Il resto sarà eseguito come nell' addizione ordinaria.

A 3763 , 78	B 3763 , 7800
5 , 0145	5 , 0145
1 , 7	1 , 7000
0 , 048	0 , 0480
3770 , 5425	3770 , 5425

Le frazioni scritte come in A , è come se fossero scritte come in B . I zeri aggiunti non ne cangiano il valore.

SOTTRAZIONE.

XII. *Scritte le cifre , prima del minuendo , e poi del sottraendo in corrispondenza della loro denominazione ; scritte parimente le virgole una sotto l' altra , si opera nella maniera della sottrazione ordinaria* (27).

Es. 1.	46 , 02.	*Es.* 2.	3, 842000
	37 , 10.		1, 004554
	—8 , 92.		2, 837446

XIII. *Si scrivano e si moltiplichino i due fattori secondo le regole della moltiplicazione ordinaria* (42) *senza tener conto delle virgole.*

Trovato e scritto il prodotto totale, se ne stacchino tante cifre a destra con una virgola, quante cifre decimali si trovano ne' due fattori.

Es. 1.	*Es.* 2.	*Es.* 3.
3,7.	21,32.	0, 04.
4,12.	0, 100103.	0, 007.
74.	6396.	0, 00028.
37	2132	
148	2152	
15,244.	2,13419596.	

DIVISIONE.

XIV. La divisione de' decimali è la stessa di quella de' numeri intieri. Quel che ha di particolare sarà esposto nei casi seguenti.

XV. *Caso I.* La divisione potrà

esser proposta tra un dividendo con decimali, e un divisore semplice senza decimali. Si debba dividere per es. A per B.

In questo caso, non considerandosi la virgola, si procederà alla divisione. Il quoziente sarà C.

B 3 A 6, 9345

C 2, 3115.

XVI. È chiaro che nel quoziente vi debbono essere le cifre decimali.

Per distinguerle sì in questo che in ogni altro caso di divisione, abbiatevi la seguente regola, che vi dovrà esser fitta nella memoria.

Per mezzo di una virgola si stacchino dal quoziente tante cifre da destra a sinistra, quanti decimali si trovan di più nel dividendo che nel divisore.

E poichè nell' esempio proposto non si trovano decimali nel divisore, se ne debbono staccar quattro cifre, quanti decimali si trovano nel dividendo.

XVII. *Caso II.* La divisione potrà esser proposta tra un dividendo e

un divisore, entrambi con soli decimali. Per es. si debba dividere B per A.

A	0, 9	B	0, 01233
			9
C	137		33
D	0, 0137		27
			63
			63
			00

Eseguita la divisione secondo le regole ordinarie, il quoziente sarà C.

XVIII. E perchè in esso non si trovano le cifre bastevoli per distaccarne i decimali secondo la regola antecedente; in questo e ne' casi simili si avrà la regola seguente.

Si supplirà nel quoziente con tanti zeri a sinistra, quanto è l'eccesso delle cifre decimali del dividendo sopra quelle del divisore. Quindi il vero quoziente sarà D.

XIX. *Caso III.* La divisione potrà esser proposta tra un dividendo

con meno decimali del divisore, o senza affatto decimali.

I. Si debba dividere 49, 1 per 20, 074.

II. Si debba dividere 568, per 2, 303.

In queste due ed in qualunque altra simile occasione si avrà la seguente regola. *Si aggiungano al dividendo tanti zeri* (staccati però dalla virgola se non ha verun decimale) *quanti ne saranno necessarj per mettere in eguaglianza il numero delle cifre decimali del divisore con quelle del dividendo. A questi poi se ne aggiungeranno due o tre altri, ed anche più, se nel calcolo si pretende molta precisione.*

XX. Procedendosi dunque a dividere 49, 1 per 20,74, si scriveranno il divisore A e il dividendo come in B.

A 20 , 074

C 2 , 44

B 49 , 10000
40 · 148
8 9520
8 0296
92240
80296
D 11944

Fatta la divisione, il quoziente sarà C col residuo negligibile D.

E perchè il dividendo ha due cifre decimali più che il divisore, la virgola è stata ben segnata nel quoziente, ove si vede.

XXI. Procedendosi alla divisione di 468, per 2,302, si aggiungeranno al dividendo tre zeri, ed anche più se si voglia (n. XIX), e si scriverà come in A. Si scriverà il divisore B. Il quoziente sarà C tutto d'intieri per l' eguaglianza delle cifre decimali del dividendo e del divisore.

B 2, 302
———
203,

A 468, 000
460 4
——————
7 600
6 906
———
-- 694

OSSERVAZIONI SU' DECIMALI.

XXII. La divisione propriamente ha dato origine al calcolo decimale. Io divido una somma di danaro a quattro persone, e trovo che ad ogni una di esse appartengano nove ducati, 46 grana e cavalli due col residuo di tre cavalli, che si dovrebbero dividere in quattro parti

Il sol profferire 3 divisibile per 4 è un pronunziarne l' impossibilità, perchè ripugna che 4 si contenga in 3. Si è quindi nella necessità di trascurare il residuo di tre cavalli, e contentarsi di un quoziente con un errore di poco interesse.

XXIII. Ma se questo errore si può togliere totalmente, o diminuire a tal

segno che con ragione meriti di esser negletto, perchè non farlo?

S' intende bene che i tre cavalli di residuo nell' esempio proposto non meritano di esser considerati: vi ha però molti casi in cui, trattandosi di altre quantità, quell' errore non potrebbe tollerarsi.

Gli aritmetici in queste occasioni ricorrono ad un espediente bellissimo e facilissimo nel tempo stesso.

XXIV. Di qualunque natura sia la quantità divisa, concepiscono ogni unità del suo residuo come divisibile in dieci parti eguali; e ognuna di queste in altre dieci; e ognuna di queste in altre dieci, e sempre così; per lo che le chiamano *parti o frazioni decimali*. Con ciò si può portare la divisione, e con molto facilità, fino al punto che nel quoziente non resti verun residuo, o restando, sia tale che in ogni caso meriti veramente di esser negletto.

Così (non tralasciando l'esempio del n. XXII) gli aritmetici concepiscono il cavallo come divisibile in 10

parti eguali. Quindi, invece di rivolgersi all' impossibile divisione di 3 per 4, dividono 30 per 4, e ottengono 7 per quoziente, col residuo 2 (*a*)

E perchè il dividendo 30 non è stato esaurito, e la divisione ha lasciato 2 per residuo, tornano gli aritmetici a concepire il 2 come 20; e dividendolo per 4, ottengono 8 per quoziente senza residuo. Così la divisione è perfettissima: il suo quoziente è senza verun errore. Essi han ragione di dire: il quoziente che si cercava è 9 ducati, 46 grana, 2 cavalli, e 75 centesime di cavallo.

XXV. Non sempre però questo metodo ci fa arrivare ad esaurire perfettamente il residuo. Che anzi è notabile la bizzarria delle maniere onde

---

(a) *Non ci vuol molto a comprendere che ogni frazione ordinaria si può ridurre in frazion decimale moltiplicandone il numeratore per 10, e dividendone il prodotto pel denominatore.*

i quozienti si manifestano sotto di esso.

Dividete, p. es. 2, o per 3, ed avrete 6 per quoziente col residuo 2.

Portate questo residuo 2 a 20; e dividendo per 3 avrete per quoziente lo stesso 6.

Proseguite a dividere al pari di prima fino all' infinito, e non avrete costantemente che 0, 66666 . . . .

Dividete 3, o per 11, e periodicamente vedrete riprodursi 0, 27 27 27 27 27 . . .fino all' infinito.

Dividete 38, o per 111, e similmente con periodo costantissimo vedrete riprodursi 0, 342 342 342. . .

Dividete 5, o per 6, ed avrete 0, 833333 ....

Dividete 4, o per 7, ed avrete 0, 571428 571428, ec. ec.

Ed ecco perchè si è detto (n.XXIV) che co' decimali si ha il vantaggio o di togliere affatto ogni errore dal quoziente, o di diminuirlo al vero segno di essere negligibile.

Si è veduto come si ottiene il primo vantaggio: si vegga ora come si ottiene il secondo.

XXVI. Si supponga ch'io vi sia

debitore di quattro ducati e sette carlini.

Come ogni carlino è la decima parte del ducato; il mio debito scritto alla maniera decimale avrà questa forma 4, 7.

Or se invece di 4, 7 vi do 4, 6; io vi do meno del giusto, perchè vi è l' errore di una decima.

Se vi do 4, 69, l'errore è diminuito di 9 centesime, ma segue ad esservi, perchè 4, 7 è maggiore di 4, 69.

Se vi do 4, 699, l' errore è diminuito di 9 millesime; ma segue ad esservi, perchè 4, 7 è maggiore di 4, 699.

Per abbreviare, ancorchè sempre aggiungendo vi dessi una somma espressa da 4, 699999, ed anche colla giunta di mille e mille 9 mesi d' appresso al 6, l' errore non cesserebbe di esservi, ma quanto e quanto diminuito!

Forse vi sembrerà strano che coll' aggiunzione di tanti 9 la frazione che ne risulta resti sempre minore di 4, 7; ma non dovete fare che rammentarvi quel che si disse (n. VII).

Infatti a 4, 7 aggiungiamo tanti zeri quante sono le cifre che si trovano in 4,69999999, ciò che non ne cangia il valore (n. VII), ed avremo in confronto, 4,7000000
4,6999999.

Or chi non vede la maggioranza della prima sulla seconda?

È chiaro dunque che coll' accrescere il numero delle cifre decimali, e col replicare la divisione si può diminuire l' errore del quoziente fino al punto che si vuole.

XXVII. Ma deve aver pure un certo limite questo punto. Le operazioni aritmetiche non debbono avere per oggetto che quantità valutabili. Perciò si è stabilita la seguente regola generale.

Ne' casi ch' esigono nel calcolo molta precisione, si adoperano cinque, al più sei decimali. Ne' casi poi ordinarj basta adoperarne uno, o due, o al più tre, e si tralasceranno gli altri.

P. es. se in risultato di una divisione ho 0,4864, non fo conto delle due ultime cifre, e scrivo 0,48.

XXVIII. E' vero che così si accresce l' errore del quoziente: ma oltre che questo errore, come si è detto, non mena a conseguenze, può esser diminuito con una certa compensazione giusta la regola seguente.

Se la prima delle cifre che si trascurano sorpassa il 4, si deve aggiungere una unità all' ultima delle cifre conservate.

Così trascurando le due ultime cifre di 0,4864: non dovrò scrivere 0,48, ma 0,49.

Così parimente, trascurando le due ultime cifre di 0,1953, non dovrò scrivere 0,19, ma 0,20.

Or vedete come in tal modo si è diminuito l'.errore..

A 0,48 = 0,4800

B 0,49 = 0,4900

Or quali de' due si accosta più a 0,4864?

A manca di 64 dieci millesimi per arrivare a 0,4864.

B sorpassa 0, 4864 di 36 dieci millesimi, e quindi gli è più d' appresso, sebben con eccesso.

II. Appendice

SISTEMA METRICO.

Il commercio in ogni nazione richiede un peso che, preso come unità determinata ed invariabile, serva di termine di rapporto per tutti i pesi che vi sono adoperati. Lo stesso si richiede per le misure secondo le lor varietà di lunghezza, di superficie, di capacità ec.

Per rendere invariabili e verificabili da per tutto e in ogni tempo queste sorti di unità, alcuni filosofi francesi si rivolsero all' arco del meridiano di Parigi, che si estende dal polo all' equatore. Il divisero in dieci milioni di parti eguali, e di una di queste stabilirono il *metro*, che fu preso per unità di misura lineare, o sia di lunghezza.

Presero la lunghezza di dieci metri, e di essa formarono il lato di

un quadrato che fu stabilito per unità nelle misure di superficie, e il denominarono *aro*.

Presero la decima parte del metro; e sopra di esso formarono un cubo voto. Questo cubo fu stabilito per unità nelle misure di volume, e il denominarono *litro*.

Presero la centesima parte del metro, e sopra di essa formarono un cubo voto. Questo cubo fu pieno esattamente di acqua distillata, e ridotta al suo massimo grado di densità colla congelazione al quarto grado centigrado sotto il diaccio fondente, e segnando il barometro 76 centimetri. Il peso di questo cubo di aqua così preparata fu stabilito per l' unità testè divisata, e denominato *gramma*.

Da questi elementi surse il loro *Sistema metrico* nel quale

Il gramma, il metro, l' aro, il litro si dividono in dieci, in cento, in mille parti eguali, e si prendono cento, dieci, mille e dieci mila volte.

Allorchè son divisi nelle parti già dette, si dà loro la denominazione,

col premettere al nome proprio *dieci*, o *centi*, o *milli*.

Allorchè son presi più volte, si premette al loro nome o *deca* (10), o *etto* (100), o *chilo* (1000), o *miria* (10000), quindi

I *multipli* del gramma, del metro, dell' aro, del litro sono disegnati da *deca*, *etto chilo*, *miria*

I *summultipli* da *deci*, *centi*, *milli*.

Di qui è che ognuno di essi può esser concepito a capo di due serie. Una discendente. P. c.

Gramma, *decigrama*, *centigramma*, *milligramma*

Metro, *decimetro*, *centimetro*, *millimetro*

Aro, *deciaro*, *centiaro*, *milliaro*.

Litro, *decilitro*, *centilitro*, *militro*.

E l' altra ascendente

Gramma, *decagramma*, *ettogramma*, *chilogramma*, *miriagramma*

Metro, *decametro*, *ettometro*. *chilometro*, *miriametro*

Aro, *decaaro*, *ettoaro*, *chiloaro*, *miria aro*.

Litro, *decalitro* , *ettolitro* , *chilolitro* , *mirialitro* .

Entra pure nello stesso sistema la misura di *solidità* chiamata *stero* , ed è pe' solidi che non si potrebbero pesare senza grave imbarazzo. Tali sono p. es. le legna pel fuoco , che noi misuriamo a canna cuba. Per questa sorta di misura basta notare che corrisponde a un cubo formato sulla lunghezza di un metro , e che per essa è applicabile quanto si è detto per le altre.

Giova anche notare che nell' esposto sistema , da un pezzo di argento del peso di cinque grammi , mescolato con un decimo di lega , vien formata l' unità di moneta chiamata *franco* , o *lira*.

Giova notar finalmente il raguaglio de' nostri pesi e delle nostre misure napoletane col peso e colle misure dell' esposto sistema.

	Metro.
Minuto	0 , 0045913
Oncia, o 5 minuti	0 , 0219575
Palmo, o 12 once	0 , 26340
Canna, o 8 palmi	2 , 10792
Passo, o 7 palmi	1 , 84443
Miglio, o 100 passi	1841 , 43

	Aro
Moggio di 900 passi quadrati	306 , 2

	Litro
Misura	2 , 221278
Tomolo medio, o 24 misure	53 , 310681
Caraffa grande	0 , 721
Barile, o 60 caraffe	43 , 26
Botte, o 760 caraffe	547 , 96
Caraffa piccola	0 , 665

	Gramma
Acino	0 , 022426
Trappeso, o 12 acini	0 , 88433
Oncia, o 30 trappesi	26 , 53
Libbra, o 12 once	318 , 36
Rotolo, o once 33 $\frac{1}{3}$	884 ,
Cantaro, o 100 rotola	86400 ,

FINE.

INDICE

LEZIONE I.